姓名：________ 学号：________ 班级：________

装 订 线

哈尔滨工程大学本科生考试试卷

（ 2020-2021 年 第二 学期）

2021-7-2

课程编号: 201912400202 课程名称: 工科数学分析（二）A 卷

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1\. 下列命题错误的是_______.

(A) 函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ 在点(0,0)处偏导数一定不存在

(B) 函数 $f(x,y)=\begin{cases}1, & xy\neq 0\\ 0, & xy=0\end{cases}$ 在点(0,0)处偏导数一定存在

(C) 函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ 在点(0,0)处沿方向 $\vec{l}=(1,1)$ 的方向导数一定存在

(D) 函数 $f(x,y)=\begin{cases}1, & xy\neq 0\\ 0, & xy=0\end{cases}$ 在点(0,0)处沿方向 $\vec{l}=(1,1)$ 的方向导数一定存在

2\. 设 D_1 是以点 $(0,1)$ 为中心，边长为 2 的正方形，D_2, D_3 分别是 D_1 的内切圆与外接圆，$f(x,y)=(2y-x^2-y^2)\mathrm{e}^{-x^2-y^2}$，$I_k=\iint\limits_{D_k} f(x,y)\mathrm{d}\sigma \quad (k=1,2,3)$，则 I_1, I_2, I_3 之间的大小关系为_______.

(A) $I_1\geq I_2\geq I_3$ (B) $I_2\geq I_1\geq I_3$

(C) $I_3\geq I_2\geq I_1$ (D) $I_2\geq I_3\geq I_1$

3\. 设 Ω 为上半球 $x^2+y^2+z^2\leq 1, z\geq 0$，$\Omega_1$ 为 Ω 在第一卦限的部分，那么下面等式正确的是_______.

(A) $\iiint\limits_{\Omega}\sin(xyz)\mathrm{d}V=0$

(B) $\iiint\limits_{\Omega}\sin(xyz)\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_1}\sin(xyz)\mathrm{d}V$

(C) $\iiint\limits_{\Omega}xy\sin(xyz)\mathrm{d}V=2\iiint\limits_{\Omega_1}xy\sin(xyz)\mathrm{d}V$

(D) $\iiint\limits_{\Omega}z\sin(xyz)\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_1}z\sin(xyz)\mathrm{d}V$

4\. 下列命题正确的是_______.

(A) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$ 必收敛

(B) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 发散，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nb_n$ 必发散

(C) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n a_n}{\sqrt{n}}$ 必收敛

(D) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=2$，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 必发散

5\. 设二阶常系数非齐次线性微分方程 $y''+ay'+by=c\mathrm{e}^{2x}$ 的一个特解为 $y=\mathrm{e}^{-2x}(1+x\mathrm{e}^{4x})$，则微分方程的通解为_______.

(A) $y=C_1\mathrm{e}^{4x}+C_2\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{-2x}$ (B) $y=C_1\mathrm{e}^{4x}+C_2\mathrm{e}^{-2x}+\mathrm{e}^{2x}$

(C) $y=C_1\mathrm{e}^{2x}+C_2\mathrm{e}^{-2x}+x\mathrm{e}^{2x}$ (D) $y=C_1\mathrm{e}^{x}+C_2\mathrm{e}^{-2x}+x\mathrm{e}^{2x}$

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1\. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to 0}}\frac{\sin(x^2y)}{y}$ 的值是________.

2\. 曲线 $\begin{cases}x^2+y^2-z^2=1\\ x^3-y+z^2=1\end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切线方程为_______________.

3\. 函数 $f(x,y)=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极小值为_______.

4\. 二次积分 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_x^1\mathrm{e}^{y^2}\mathrm{d}y$ 的值为_____.

5\. 设 Γ 为曲线 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=1\\ y-z=0\end{cases}$，则曲线积分 $\oint_{\Gamma}x^2\mathrm{d}s$ 的值为_______.

6\. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$，曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(z+1)^2\mathrm{d}S$ 的值为_______.

7\. 设向量值函数 $\vec{F}(x,y,z)=\{x,xy,xyz\}$，则 $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\,\vec{F})\big|_{(0,0,1)}=$__________.

8. 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}x^{3n-1}$的收敛半径为______.

9. 设 $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le \frac{1}{2} \\ 2-2x, & \frac{1}{2}<x<1 \end{cases}$，其傅里叶级数的和函数 $S(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\pi x$，则 $S(-\frac{5}{2})=$________.

10. 微分方程$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\frac{y}{x+2y^3}$的通解是_________.

三、计算题（每小题 8 分，共 40 分）

1. 设 $z=f(x+y,xy)$，且 $x>0$，f 有二阶连续偏导数，求$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算曲线积分$\oint_L \frac{x\mathrm{d}y-y\mathrm{d}x}{4x^2+9y^2}$，其中 L 是曲线 $(x-1)^2+y^2=R^2\ (R>0, R\neq 1)$，方向为逆时针方向.

3. 计算曲面积分$\iint_{\Sigma} x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$\Sigma$是曲面 $z=1+\sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

4. 将函数 $f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}$ 展开为关于$(x-2)$的幂级数，并指出收敛域.

5. 求微分方程 $y''+4y'=\mathrm{e}^x+x$ 的通解.

四、证明题（6 分）

已知幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$在点 $x=x_0\ (x_0\neq 0)$ 处收敛，证明：对于适合不等式$|x|<|x_0|$的一切 x 均使幂级数$\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ 绝对收敛.

五、应用题（9 分）

设 $P_0(x_0,y_0,z_0)$ 是上半球面Σ：$x^2+y^2+z^2=R^2\ (z>0)$ 上的一个点，

(1) 求该上半球面在点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$ 处的切平面方程；

(2) 设切平面的面密度函数 $\rho=1$，且被柱面 $x^2+y^2=\frac{1}{4}R^2$ 截下一小块平面 S，求平面块 S 绕 z 轴旋转产生的转动惯量；

(3) 问点 $P_0(x_0,y_0,z_0)$ 的坐标为何值时上述转动惯量值最小.

装

订

线