姓名：______ 学号：______ 班级：______

装 订 线

哈尔滨工程大学本科生考试试卷

（ 2017-2018 年 第二 学期）

2018-7-6

课程编号: 201411002 课程名称: 微积分 A（二）A 卷

一、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2|y|}$ 在 $(0,0)$ 处_____.

(A) 可微 (B) 连续，不可微

(C) 偏导数存在，不可微 (D) 不连续，偏导数不存在

2. 设可微函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处取得极小值，则下列结论正确的是_____.

(A) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数等于零 (B) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数大于零

(C) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数小于零 (D) $f(x_0,y)$ 在 $y=y_0$ 处的导数不存在

3. 设 D_k 是圆域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$ 位于第 k 象限的部分，记 $I_k=\iint\limits_{D_k}(y-x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ (k=1,2,3,4)$，则_____.

(A) $I_1>0$ (B) $I_2>0$ (C) $I_3>0$ (D) $I_4>0$

4. 设 $a_n=\dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$，则下列级数中绝对收敛的是_____.

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ (B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n a_{n-1}$ (C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_{n+1}-a_n)$ (D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_{n+1}+a_n)$

5. 设 $y_1(x)$ 和 $y_2(x)$ 是微分方程 $y''+py'+qy=f(x)$ （p,q 均为常数，$f(x)\ne 0$）的两个特解，则下列结论正确的是_____.

(A) $y_1(x)+y_2(x)$ 仍是该方程的解

(B) $y_1(x)-y_2(x)$ 仍是该方程的解

(C) $y_1(x)+y_2(x)$ 是方程 $y''+py'+qy=0$ 的解

(D) $y_1(x)-y_2(x)$ 是方程 $y''+py'+qy=0$ 的解

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设二元函数 $z=xe^{x+y}+(x+1)\ln(1+y)$，则 $\mathrm{d}z\big|_{(1,0)}=$_________.

2. 空间曲线 $\Gamma:\begin{cases}x=\int_0^t e^u\cos u\,\mathrm{d}u\\ y=2\sin t+\cos t\\ z=1+e^{3t}\end{cases}$ 在 $t=0$ 处的法平面的一般方程为_________.

3. 设函数 $u(x,y,z)=1+\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{z^2}{18}$，单位向量 $\vec{n}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\{1,1,1\}$，则 $\dfrac{\partial u}{\partial n}\Big|_{(1,2,3)}=$_________.

4. 二次积分 $\int_0^1\mathrm{d}y\int_y^1\dfrac{\sin x}{x}\mathrm{d}x=$_________.

5. 质点在变力 $\vec{F}(x,y,z)=-yz\vec{i}+xz\vec{j}+z\vec{k}$ 作用下沿螺旋线 $\Gamma:\begin{cases}x=\cos t\\ y=\sin t\\ z=t\end{cases}$ 从点 $M_1(1,0,0)$ 运动到点 $M_2(-1,0,\pi)$，则变力 $\vec{F}$ 所作的功为_________.

6. 设 $\vec{F}=yz\vec{i}-2xz\vec{j}+3xy\vec{k}$，则 $\mathrm{div}(\mathrm{rot}\vec{F})=$_________.

7. 设曲面 Σ 的方程为 $|x|+|y|+|z|=1$，则积分 $\oiint\limits_{\Sigma}(x+|y|)\mathrm{d}S=$_________.

8. 若 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\dfrac{2n+3}{(2n+1)!}=a\cos 1+b\sin 1$，则 $a-b=$ _________.

9. 设 $f(x)$ 是以 2 为周期的周期函数，在 $[-1,1)$ 上 $f(x)=\begin{cases}x^2, & -1\le x\le 0\\ 2, & 0<x<1\end{cases}$，则 $f(x)$ 的傅里叶级数在点 $x=10$ 处收敛于_________.

10. 微分方程 $y'+2xy=0$ 满足 $y(0)=1$ 的特解为_________.

三、计算题（每小题 8 分，共 40 分）

1. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $yz+zx+xy=3$ 所确定，计算 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$ (其中 $x+y\neq 0$).

2. 设曲线积分 $\int_L xy^2\mathrm{d}x+y\varphi(x)\mathrm{d}y$ 与路径无关，其中 $\varphi(x)$ 连续可导，且 $\varphi(0)=0$, 计算 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} xy^2\mathrm{d}x+y\varphi(x)\mathrm{d}y$.

3. 计算曲面积分 $I=\iint\limits_{\Sigma} x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+3(z-1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ ，其中 Σ 是曲面 $z=1-x^2-y^2(z\geq 0)$ 的上侧.

4. 将函数 $F(x)=\int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\mathrm{d}t$ 在 $x=0$ 处展开成幂级数.

5. 求微分方程 $y''-3y'+2y=2x\mathrm{e}^x$ 的通解.

四、应用题（9 分）

设物体占有的空间区域 Ω 由上半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 和锥面 $z=\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$ 围成, 其任一点处的体密度 $\rho(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，计算:

(1) 物体的质量 M；

(2) 物体的重心坐标 $(\bar{x},\bar{y},\bar{z})$.

五、证明题（6 分）

设区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\leq 1\}$，$u(x,y)$ 与 $v(x,y)$ 在 D 上具有一阶连续偏导数, 若 $\vec{F}=v(x,y)\vec{i}+u(x,y)\vec{j}$, $\vec{G}=\left(\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)\vec{i}+\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial v}{\partial y}\right)\vec{j}$，且在 D 的边界曲线 L 上有 $u(x,y)\equiv 1$, $v(x,y)\equiv y$，证明: $\iint\limits_D \vec{F}\cdot\vec{G}\,\mathrm{d}\sigma=-\pi$.

装

订

线