姓名：________ 学号：________ 班级：________

装 订 线

哈尔滨工程大学本科生考试试卷

（ 2013-2014 年 第二 学期）

2014-7-18

课程编号： 0911002 课程名称： 微积分 A(二) (A 卷)

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							
评卷人							

得分	评卷人

一、**填空题（每小题2分，共20分）**

1. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}(x^2+2y^2)\sin\dfrac{1}{3x^2+4y^2}$ 的值为__________.

2. 设函数 $f(x,y)=y\sin(xy)+x+y^2$，则偏导数 $f_y(0,1)$ 的值为__________.

3. 曲面 $z-\mathrm{e}^z+2xy=3$ 在点 $(1,2,0)$ 处的切平面方程是__________________.

4. 设区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$，则 $\iint\limits_D\sqrt{1-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ 的值为__________.

5. 设有平面曲线 L: $x^2+y^2=1$，则曲线积分 $\int_L y\,\mathrm{d}s$ 的值为__________.

6. 向量场 $\vec{A}(x,y,z)=(x+yz)\vec{i}+(y+zx)\vec{j}+(z+xy)\vec{k}$ 在点 $P(1,1,1)$ 处的散度 $\mathrm{div}\,\vec{A}=$__________.

7. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{3-x}$ 在 $(-3,3)$ 内展的幂级数展开式为______________________.

8. 如果将函数 $f(x)=x^2\ (0\le x<\pi)$ 展开成周期为 2π 的正弦级数，则系数 a_1 的值为__________.

9. 微分方程 $yy'=x$ 满足条件 $y\,|_{x=1}=1$ 的解为__________.

10. 设空间物体 Ω 由曲面 $z=x^2+y^2$ 与平面 $z=1$ 围成，Ω 内任一点 (x,y,z) 处的体密度 $\rho(x,y,z)=z$，则此空间物体 Ω 的质量为__________.

得分	评卷人

二、**单项选择题（每小题3分，共30分）**

说明：请将以下单项选择题的答案按题号填入下表中.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. 设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\ne(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点_____.

(A) 不连续 (B) 偏导数不存在

(C) 不可微 (D) 偏导数连续

2. 设函数 $u=u(x,y,z)$ 的全微分存在，则 u 在点 (x,y,z) 处的梯度 $\mathrm{grad}\,u$ 为_____.

(A) $\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial u}{\partial z}$ (B) $\dfrac{\partial u}{\partial x}\vec{i}+\dfrac{\partial u}{\partial y}\vec{j}+\dfrac{\partial u}{\partial z}\vec{k}$

(C) $\sqrt{(\dfrac{\partial u}{\partial x})^2+(\dfrac{\partial u}{\partial y})^2+(\dfrac{\partial u}{\partial z})^2}$ (D) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\vec{i}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}\vec{j}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\vec{k}$

3. 设函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 满足 $f_x(x_0,y_0)=0$ 、$f_y(x_0,y_0)=0$，则函数 $z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处______.

(A) 有极值，可能是极大值，也可能是极小值

(B) 可能无极值

(C) 必有极大值

(D) 必有极小值

4. 交换二次积分 $I=\int_0^1 \mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{y}} f(x,y)\mathrm{d}x$ 的积分次序，则 $I=$______.

(A) $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_0^{x^2} f(x,y)\mathrm{d}y$　　(B) $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{x^2}^0 f(x,y)\mathrm{d}y$

(C) $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_{x^2}^1 f(x,y)\mathrm{d}y$　　(D) $\int_0^1 \mathrm{d}x\int_1^{x^2} f(x,y)\mathrm{d}y$

5. 设曲面 Σ 为 $x^2+y^2+z^2=a^2$ 在 $z\geq h\ (0<h<a)$ 的部分，则曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} z\mathrm{d}S=$______.

(A) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\sqrt{a^2-h^2}} ar\mathrm{d}r$　　(B) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_{-\sqrt{a^2-h^2}}^{\sqrt{a^2-h^2}} ar\mathrm{d}r$

(C) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{\sqrt{a^2-h^2}} \sqrt{a^2-r^2}\,r\mathrm{d}r$　　(D) $\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\theta\int_0^{a^2-h^2} \sqrt{a^2-r^2}\,r\mathrm{d}r$

6. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}n}{2^n}$______.

(A) 条件收敛　　(B) 绝对收敛

(C) 发散　　(D) 敛散性不确定

7. 已知函数 $f(x)=x$，$x\in(-1,1]$，将 $f(x)$ 展开为周期为 2 的傅立叶级数，且其和函数为 $S(x)$，则 $S(5)$ 的值为______.

(A) 0　　(B) 1　　(C) -1　　(D) 不确定

8. 若 $\phi_1(x)$、$\phi_2(x)$ 是一阶线性非齐次微分方程的两个不同特解，则该方程的通解为______.

(A) $\phi_1(x)-\phi_2(x)$　　(B) $\phi_1(x)+\phi_2(x)$

(C) $C\phi_1(x)+\phi_2(x)$　　(D) $C(\phi_1(x)-\phi_2(x))+\frac{\phi_1(x)+\phi_2(x)}{2}$

9. 微分方程 $xy''+y'=4x\ (x>0)$ 的通解为______.

(A) $y=C_1\ln x+C_2\mathrm{e}^x+x^2$　　(B) $y=C_1\ln x+C_2\mathrm{e}^{-x}+x^2$

(C) $y=C_1\ln x+C_2+x^2$　　(D) $y=C_1\ln x+C_2x+x^2$

10. 已知二元函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某邻域内有定义，且 $f_x(0,0)=1$，$f_y(0,0)=2$，则______.

(A) $\mathrm{d}z\,|_{(0,0)}=\mathrm{d}x+2\mathrm{d}y$

(B) $\mathrm{d}z\,|_{(0,0)}=2\mathrm{d}x+\mathrm{d}y$

(C) $\{1,2,-1\}$ 是曲面 $z=f(x,y)$ 在 $(0,0,f(0,0))$ 点的法向量

(D) $\lim\limits_{x\to 0}f(x,0)=f(0,0)$，$\lim\limits_{y\to 0}f(0,y)=f(0,0)$

得分	评卷人

三、计算题（每小题8分，共40分）

1. 设函数 $z=f(x^2+y^2,x)$，其中 $f(u,v)$ 具有二阶连续的偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

装

订

线

姓名：______ 学号：______ 班级：______

装 订 线

2. 计算曲线积分 $\oint_L \frac{(x-y)\mathrm{d}x+(x+y)\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$，其中 L 为逆时针方向不自相交、不经过原点的分段光滑封闭曲线.

3. 计算曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma}(x^3+yz)\mathrm{d}y\mathrm{d}z+(y^3+xz)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(z^3+xy)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中曲面 Σ 是由锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 与两球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 和 $x^2+y^2+z^2=4$ 所围成立体表面的外侧.

4. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n-1}$ 的收敛域及和函数.

5. 求微分方程 $y''-4y'+4y=xe^x$ 的通解.

四、

得分	评卷人

应用题（6分）

求平面曲线 $x^3-xy+y^3=1\ (x\geq 0, y\geq 0)$ 上的点到坐标原点的最长与最短距离.

五、

得分	评卷人

证明题（4分）

若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 都收敛，证明：$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)^2$ 收敛.

装

订

线