姓名：________ 学号：________ 班级：________

装 订 线

哈尔滨工程大学本科生考试试卷

（ 2021-2022 年 第二 学期）

2022-6-14

课程编号: 201912400202 课程名称: 工科数学分析（二）A 卷

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 如果函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续，那么下列命题正确的是______.

(A) 若极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)}{|x|+|y|}$ 存在，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微

(B) 若极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)}{x^2+y^2}$ 存在，则 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微

(C) 若 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微，则极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)}{|x|+|y|}$ 存在

(D) 若 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处可微，则极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{f(x,y)}{x^2+y^2}$ 存在

2. 设 Ω_1 是由 $x^2+y^2+z^2\le R^2, z\ge0$ 确定，Ω_2 是由 $x^2+y^2+z^2\le R^2$，$x\ge0, y\ge0$，$z\ge0$ 所确定，则______.

(A) $\iiint\limits_{\Omega_1}x\,\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2}x\,\mathrm{d}V$ (B) $\iiint\limits_{\Omega_1}y\,\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2}y\,\mathrm{d}V$

(C) $\iiint\limits_{\Omega_1}z\,\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2}z\,\mathrm{d}V$ (D) $\iiint\limits_{\Omega_1}xyz\mathrm{d}V=4\iiint\limits_{\Omega_2}xyz\mathrm{d}V$

3. 设 $\vec{A}=\{a,b\}$ 为平面常向量，L 为平面光滑封闭曲线，其周长为 l，所围成的区域面积为 S，单位外法向量为 $\vec{n}$，则 $\oint_L\cos(\vec{A},\vec{n})\mathrm{d}s=$______.

(A) 0 (B) l (C) S (D) π

4. 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则下列级数必收敛的是______.

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{u_n}{n}$ (B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2$

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_{2n}-u_{2n-1})$ (D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+u_{n+1})$

5. 非齐次线性微分方程 $y'+P(x)y=Q(x)$ 有两个不同的解 $y_1(x), y_2(x)$，C 为任意常数，则该方程的通解是______.

(A) $C[y_1(x)-y_2(x)]$ (B) $y_1(x)+C[y_1(x)-y_2(x)]$

(C) $C[y_1(x)+y_2(x)]$ (D) $y_1(x)+C[y_1(x)+y_2(x)]$

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}(x^2+y^2)\sin\dfrac{1}{xy}=$__________.

2. 曲面 $\mathrm{e}^z+xyz+x+\cos x=2$ 在点 $(0,1,0)$ 处的切平面方程为__________.

3. 函数 $u=2xy-z^2$ 在点 $(2,-1,1)$ 处方向导数的最大值为__________.

4. 函数 $z=x^3-3x+y^2$ 的极小值为__________.

5. 二次积分 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_x^{\sqrt[3]{x}}\mathrm{e}^{y^2}\mathrm{d}y=$___________.

6. 设 L 是曲线 $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$，其周长为 s，则曲线积分 $\oint_L(xy+x^2+2y^2)\mathrm{d}s$ 的值为_________.

7. 设 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$，则曲面积分 $\oiint\limits_{\Sigma}x^2\mathrm{d}S=$_________.

8. 设数列 $\{a_n\}$ 单调减少，$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，且 $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}a_k\ (n=1,2,\cdots)$ 无界，则幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 的收敛域为___________.

9. 设函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，且 $f(x)=\begin{cases}1, & -\pi\le x<0\\ x, & 0\le x<\pi\end{cases}$，则 $f(x)$ 的傅立叶级数在 $x=2022\pi$ 处收敛于___________.

10. 微分方程 $y'+\dfrac{1}{x}y=\dfrac{\sin x}{x}$ 的通解为__________________.

三、计算题（每小题 8 分，共 32 分）

1. 设 $z=f(x,xy)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 设曲面 Σ 是 $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$ 的上侧，计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} z\mathrm{d}y\mathrm{d}z+x\mathrm{d}z\mathrm{d}x+x^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

3. 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} nx^{2n-1}$ 的收敛域与和函数.

4. 求微分方程 $y''-4y'+3y=0$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=6$, $y'|_{x=0}=10$ 的特解.

四、应用题（每小题 9 分，共 18 分）

1. 在椭球面 $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{12}+\dfrac{z^2}{27}=1$ 内做一个内接的长方体(各边分别平行于坐标轴)，求其体积最大值.

2. 在椭圆 $x=a\cos t, y=b\sin t$ 上每一点 M 都有作用力 $\vec{F}$，大小等于从点 M 到椭圆中心的距离，而方向朝着椭圆中心，求质点 P 沿椭圆位于第一象限中的弧从点 $A(a,0)$ 移动到点 $B(0,b)$ 时，力 $\vec{F}$ 所做的功.

五、证明题（5 分）

如果交错级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}u_n$ 满足条件

(1) $u_n\geq u_{n+1}$ ($n=1,2,\cdots$);

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$.

证明：该交错级数收敛，且其和 $S\leq u_1$.

装

订

线