姓名：______

学号：______

班级：______

装 订 线

哈尔滨工程大学本科生考试试卷

（ 2018-2019 年 第二 学期）

2019-7-5

课程编号: 201411002 课程名称: 微积分 A（二）A 卷

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 $f_x(a,b)$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x+a,b)-f(a-x,b)}{x}=$______.

(A) $f_x(a,b)$ (B) 0 (C) $2f_x(a,b)$ (D) $\dfrac{1}{2}f_x(a,b)$

2. 已知函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个邻域内连续，且 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^3}=1$，则下述四个选项中正确的是______.

(A) 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点

(B) 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点

(C) 点 $(0,0)$ 不是 $f(x,y)$ 的极值点

(D) 根据所给条件无法判断点 $(0,0)$ 是否为 $f(x,y)$ 的极值点

3. 设平面区域 D 由 $x=0,y=0,x+y=\dfrac{1}{4}$ 及 $x+y=\dfrac{1}{2}$ 围成，且 $I_1=\iint\limits_D \ln[\sin(x+y)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$I_2=\iint\limits_D \ln(x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，$I_3=\iint\limits_D \ln[\tan(x+y)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，则______.

(A) $I_1<I_2<I_3$ (B) $I_3<I_2<I_1$ (C) $I_1<I_3<I_2$ (D) $I_3<I_1<I_2$

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi\le x<0\\ 1, & 0\le x<\pi\end{cases}$，则其傅立叶展开式中的系数 $a_n=$______.

(A) $\dfrac{2}{n\pi}[1-(-1)^n]$ (B) 0 (C) $\dfrac{1}{n\pi}$ (D) $\dfrac{4}{n\pi}$

5. 过原点，且在任意点 (x,y) 处的斜率为 $2x+y$ 的曲线方程为______.

(A) $y=\mathrm{e}^x-x-1$ (B) $y=2(\mathrm{e}^x-x-1)$

(C) $y=3\mathrm{e}^x-1$ (D) $y=3x^2+x$

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 若函数 $z=\ln(x^2+y^2)$，则此函数的全微分 $\mathrm{d}z\big|_{(1,0)}=$____________.

2. 曲面 $\arctan\dfrac{y}{1+xz}=\dfrac{\pi}{4}$ 在点 $(-2,1,0)$ 处的切平面方程是______________.

3. 二次积分 $\int_0^1\mathrm{d}x\int_x^{\sqrt[3]{x}}\mathrm{e}^{y^2}\mathrm{d}y=$_________.

4. 密度为 1 的均匀球体 $x^2+y^2+z^2\le 1$ 对 z 轴的转动惯量为________.

5. 设 $I=\oint_L(2xy+3x^2+4y^2)\mathrm{d}s$，其中 $L:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$，且周长为 a，则 $I=$________.

6. 设函数 $u=x^3+y^3+z^3$，则 $\mathrm{rot}\,(\mathrm{grad}\,u)=$_____________.

7. 当 $0<x<1$ 时，幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{x^n}{n+1}$ 的和函数 $S(x)=$_________.

8. 设 $f(x)=\begin{cases}-3, & -\pi<x\le 0\\ 3+x^2, & 0<x\le\pi\end{cases}$，则其傅立叶级数 $\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$ 在点 $x=2019\pi$ 处收敛于____________.

9. 微分方程 $xy''+3y'=0$ 的通解为____________.

10. 给定方程 $y''+5y'+6y=f(x)$，其中 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上连续，设 $\varphi_1(x),\varphi_2(x)$ 是上述方程的两个解，则 $\lim\limits_{x\to+\infty}[\varphi_1(x)-\varphi_2(x)]=$____________.

三、计算题（每小题 8 分，共 40 分）

1. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $xy=\mathrm{e}^z-z$ 所确定，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

2. 计算曲线积分 $\int_L \mathrm{e}^x\sin y\mathrm{d}x+\mathrm{e}^x\cos y\mathrm{d}y$，其中 L 是从 $O(0,0)$ 沿摆线 $\begin{cases}x=a(t-\sin t)\\ y=a(1-\cos t)\end{cases}$ 到 $A(\pi a,2a)$ 的曲线段.

3. 计算曲面积分

$$I=\iint\limits_{\Sigma}2xz^2\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y(z^2+1)\mathrm{d}z\mathrm{d}x+(9-z^3)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

其中 Σ 为曲面 $z=x^2+y^2+1(1\le z\le 2)$，方向取下侧.

4. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$ 展开为关于 $x-1$ 的幂级数，并给出收敛域.

5. 求微分方程 $y''-y'=\mathrm{e}^{2x}(2x+1)$ 的通解.

四、应用题（9 分）

求表面积为 6 而体积最大的长方体的体积.

五、证明题（6 分）

设数列 $\{u_n\}$ 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}nu_n=1$，证明：级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}(u_n+u_{n+1})$ 收敛.

装

订

线