姓名：________

学号：________

班级：________

装 订 线

《概率论与数理统计》重要知识点与计算方法总结

第一章 随机事件及概率

1. 基本概念

（1）随机试验、样本空间、随机事件；

（2）事件的关系：

包含关系：$A\subset B$ 指 A 发生必然导致 B 发生；

互不相容：$AB=\Phi$；

对立：$AB=\Phi, A\bigcup B=S$；

独立：$P(AB)=P(A)P(B)$。

2. 运算公式

（1）德摩根律：$\overline{A\bigcup B}=\bar{A}\bigcap\bar{B}$，$\overline{A\bigcap B}=\bar{A}\bigcup\bar{B}$；

（2）条件概率：$P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$；

（3）补集：$P(\bar{A})=1-P(A), P(\bar{A}|B)=1-P(A|B)$；

（4）加法：$P(A\bigcup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$；

$P[(A\bigcup B)|C]=P(A|C)+P(B|C)-P(AB|C)$；

（5）减法：$P(A-B)=P(A\bar{B})=P(A)-P(AB)$；

$P[(A-B)|C]=P(A|C)-P(AB|C)$；

（6）乘法：$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1})$；

（7）全概率公式：

$$P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+\cdots+P(B_n)P(A|B_n)=\sum_{j=1}^{n}P(B_j)P(A|B_j);$$

（8）贝叶斯公式：$P(B_i|A)=\dfrac{P(B_i)P(A|B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(B_j)P(A|B_j)}$。

第二章 一维随机变量及其分布

1. 已知离散型随机变量的分布律，求分布函数 $F(x)$ 的方法。

（1）以 X 的特殊点（取值点）分割 $-\infty$ 到 $+\infty$；

（2）按右连续的规则加等号；

（3）概率累加。

2. 对分布函数 $F(x)$ 性质的理解。

（1）$F(-\infty)=0, F(+\infty)=1$；

（2）$F(x)$ 为单调不减函数；

（3）$F(x)$ 右连续 $\begin{cases}\text{连续型}r.v.\text{——}F(x)\text{始终连续！}\\ \text{离散型}r.v.\text{——}\begin{cases}F(x)\text{大部分都连续}\\ F(x)\text{在间断点——右连续}\end{cases}\end{cases}$

说明：

（1）性质 1—3，可作为判断分布函数的充要条件；

（2）$F(b)-F(a)=P\{a<X\le b\}\ (b>a)$；

（3）$P\{X=a\}=F(a)-F(a-0)$；连续点 $F(a)-F(a-0)=0$。

3. 连续型随机变量的概率、分布函数与概率密度的关系。

概率		分布函数		概率密度
$P\{-\infty<x<+\infty\}$	=	$F(+\infty)-F(-\infty)$	=	$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$
$P\{X\le x\}$	=	$F(x)$	=	$\int_{-\infty}^{x}f(x)dx$
$P\{a<X<b\}$	=	$F(b)-F(a)$	=	$\int_{a}^{b}f(x)dx$
$P\{X=a\}$	=	$F(a)-F(a-0)$	=	$\int_{a}^{a}f(x)dx=0$

4. 求一维连续型随机变量函数分布的方法。

已知：（1）X 的概率密度 $f(x)$；　（2）$Y=g(X)$，

求：Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

方法 1（分布函数法）

（1）求 Y 分布函数：$F_Y(y)=P\{Y\le y\}=P\{g(X)\le y\}=\int_{g(x)\le y}f_X(x)dx$

（2）求导数：$F_Y'(y)=f_Y(y)$

注意：

（1）一般要讨论 y 的范围；

（2）$\int_{g(x)\le y}f_X(x)dx$ 一般不用计算，直接用微积分中“变上下限函数”的导数公式求导，得到 $f_Y(y)$。

方法 2（公式法）

当 $y=g(x)$ 是分段严格单调的可导函数时，有：

$$f_Y(y)=\begin{cases}\sum f\left(h_i(y)\right)\left|h_i'(y)\right|, & y\text{有定义的区间}, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 $x=h_i(y)$ 是 $y=g(x)$ 的分段区间上的反函数。

5. 几种重要分布的数学期望与方差

分布	分布律或概率密度	数学期望	方差
两点分布 $X\sim B(1,p)$	$P\{X=k\}=p^k(1-p)^{1-k}$ $k=0,1$	p	$p(1-p)$
二项分布 $X\sim B(n,p)$	$P\{X=k\}=C_n^k p^k(1-p)^{1-k}$ $k=0,1,2,\cdots,n$	np	$np(1-p)$
泊松分布 $X\sim P(\lambda)$	$P\{X=k\}=\dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ $(k=0,1,2,\cdots,\lambda>0)$	λ	λ
均匀分布 $X\sim U(a,b)$	$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a<x<b \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$	$\dfrac{a+b}{2}$	$\dfrac{(b-a)^2}{12}$
指数分布 $X\sim E(\lambda)$	$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0 \\ 0, & \text{其他}\end{cases}$	$\dfrac{1}{\lambda}$	$\dfrac{1}{\lambda^2}$
正态分布 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$	$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	μ	σ^2

第三章 多维随机变量及其分布

1. 已知二维连续型随机变量 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$ 为分段函数，求边缘概率密度的方法（以 $f_X(x)$ 为例）。

（1）写公式：$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\mathrm{d}y$；

（2）画图：平面直角坐标系中画出 $f(x,y)\neq 0$ 的表达式所在的区域；

（3）作射线：在（2）中区域画若干条 y 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的射线，从而确定 y 穿过 $f(x,y)\neq 0$ 的区域的边界，即确定 y 的积分上下限 $\int_{g(x)}^{h(x)} f(x,y)\mathrm{d}y$；

（4）配上 $f_X(x)$ 其他部分：得到 $f_X(x)=\begin{cases}\int_{g(x)}^{h(x)} f(x,y)\mathrm{d}y, & x\text{的区间}, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

2. 已知二维连续型随机变量 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$，求三种概率的方法总结。

（1）$P\{X,Y\text{的不等式}\}=P\{X,Y\text{落在某区域}D\}=\iint\limits_D f(x,y)dxdy$

（2）$P\{c<Y<d\mid X=a\}=\int_c^d f_{Y|X}(y\mid x)dy$（带入 $x=a$）

（3）$P\{c<Y<d\mid a<X<b\}=\dfrac{P\{c<Y<d,a<X<b\}}{P\{a<X<b\}}$

$$=\frac{\iint\limits_{D'} f(x,y)dxdy=\int_a^b dx\int_c^d f(x,y)dy}{\text{方法①}\int_a^b f_X(x)dx \quad \text{方法②}\iint\limits_{D''} f(x,y)dxdy=\int_a^b dx\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)dy}$$

3. 求二维离散型随机变量函数的分布律的方法。

已知：（1）(X,Y) 的分布律；（2）$Z=g(X,Y)$，

求：Z 的分布律。

方法：（1）列出 Z 的所有可能取值；

（2）对应算概率（Z 的取值 $\Leftrightarrow$ X 与 Y 的取值）。

4. 求二维连续型随机变量函数的概率密度的方法。

已知：（1）(X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$；（2）$Z=g(X,Y)$，

求：Z 的概率密度 $f_Z(z)$。

方法 1（分布函数法）

（1）求 Z 的分布函数：$F_Z(z)=P\{Z\le z\}=P\{g(X,Y)\le z\}=\iint\limits_{g(x,y)\le z} f(x,y)dxdy$

（2）求导数：$F_Z'(z)=f_Z(z)$

方法 2（公式法）当 $Z=kX+Y,\ X+kY,\ XY,\ \dfrac{X}{Y}$ 时，一般才用公式法，公式为：

（1）$Z=kX+Y$ 时：$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,z-kx)dx \overset{\text{若独立}}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\cdot f_Y(z-kx)dx$；

（2）$Z=X+kY$ 时：$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(z-ky,y)dy \overset{\text{若独立}}{=} \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(z-ky)\cdot f_Y(y)dy$；

姓名：________ 学号：________ 班级：________

装 订 线

（3）$Z=XY$ 时：$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{|x|}f\left(x,\frac{z}{x}\right)dx=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{|y|}f\left(\frac{z}{y},y\right)dy$；

（4）$Z=\frac{X}{Y}$ 时：$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}|y|f(yz,y)dy$；

（通过下面的具体例子讲解方法）

例：$X\sim U[0,a]$，X 与 Y 独立同分布，求 $Z=X+Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$。

解：（1）写公式：$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,z-x)dx\overset{\text{独立}}{=}\int_{-\infty}^{+\infty}f_X(x)\cdot f_Y(z-x)dx$；

（2）为使被积函数≠0，要求：$\begin{cases}0<x<a\\0<z-x<a\rightarrow z-a<x<z\end{cases}$；

（3）画数轴（关于积分变量 x 的数轴）：x 要落在 $(0,a)$ 之间，x 还要落在 $(z-a,z)$ 之间，则需讨论 z 的区间；

（4）讨论 z 的区间：$z<0$：$f_Z(z)=0$，

$$0\le z<a:f_Z(z)=\int_0^z\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{a}dx=\frac{z}{a^2},$$

$$a\le z<2a:f_Z(z)=\int_{z-a}^{a}\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{a}dx=\frac{2a-z}{a^2},$$

$$z\ge 2a:\ f_Z(z)=0。$$

第四章 数字特征

1. 计算数学期望的常用思路：

（1）利用性质：例如 $E(aX-bY+Z)=aEX-bEY+EZ$

（2）利用常见分布已知的期望方差结果，及方差公式变型：$EX^2=DX+(EX)^2$

例如：$X\sim P(\lambda)$，则

$$E(X^2+3X-1)=E(X^2)+3EX-1=DX+(EX)^2+3EX-1=\lambda^2+4\lambda-1$$

（3）利用随机变量函数的期望公式：

例：$E(g(X))=\int_{-\infty}^{+\infty}g(x)f(x)dx$；$E(g(X,Y))=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}g(x,y)f(x,y)dxdy$。

（4）涉及正态分布的特殊情形：利用相互独立的正态分布的线性组合仍服从正态分布，将**多个正态分布的问题**转化为**一维正态分布的相关问题**。

例：X,Y 相互独立，且均服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，求 $P\{X-Y>0\},E(|X-Y|)$.

解：设 $Z=X-Y$，则 $Z\sim N(0,2\sigma^2)$，则

$$P\{X-Y>0\}=P\{Z>0\}=0.5.$$

$$E(|X-Y|)=E(|Z|)=\int_{-\infty}^{+\infty}|z|f_Z(z)dz=\int_{-\infty}^{+\infty}|z|\frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\sqrt{2}\sigma}e^{-\frac{z^2}{2\cdot 2\sigma^2}}dz$$

$$=\frac{2}{2\sqrt{\pi}\sigma}\int_0^{+\infty}ze^{-\frac{z^2}{4\sigma^2}}dz=\frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma}\cdot 2\sigma^2=\frac{2\sigma}{\sqrt{\pi}}.$$

（5）涉及离散型随机变量求期望的特殊情形：利用分解思想，

$EX=E(X_1+X_2+\cdots+X_n)$

——适用于离散型随机变量的分布律较难求的情况。

例：求二项分布随机变量 X 的期望和方差时，将 X 分解为若干个相互独立的 0-1 分布 X_i 的和，即 $X=X_1+X_2+\cdots+X_n$，得到 $EX=nE(X_i),\ DX=nD(X_i)$.

2. 本章常用公式

（1）方差相关公式

$DX=E(X-EX)^2=EX^2-(EX)^2$，　$EX^2=DX+(EX)^2$

$D(aX+b)=a^2\cdot DX$

$D(X\pm Y)=DX+DY\pm 2\operatorname{cov}(X,Y)$

$D(X+Y\pm Z)=DX+DY+DZ+2\operatorname{cov}(X,Y)\pm 2\operatorname{cov}(Y,Z)\pm 2\operatorname{cov}(X,Z)$

（2）协方差、相关系数相关公式

$\operatorname{cov}(X,Y)=E[(X-EX)(Y-EY)]=E(XY)-EX\cdot EY=\rho_{XY}\cdot\sqrt{DX}\cdot\sqrt{DY}$

$\operatorname{cov}(X,X)=DX$，$\operatorname{cov}(X,C)=0$

$\operatorname{cov}(aX+bY,Z)=a\cdot\operatorname{cov}(X,Z)+b\cdot\operatorname{cov}(Y,Z)$（“记得用”）

$$\rho_{XY}=\frac{\operatorname{cov}(X,Y)}{\sqrt{DX}\cdot\sqrt{DY}}$$

例：$EX=1,EY=2,DX=1,DY=4,\rho_{XY}=0.6$，则 $E(2X-Y+1)^2=\underline{4.2}$.

3. 独立与不相关的关系、不相关的若干充要条件

X 与 Y 独立（无任何关系）$\underset{\nLeftarrow}{\Rightarrow}$ X 与 Y 不相关（无线性关系）$\begin{cases}\Leftrightarrow\rho_{XY}=0\\\Leftrightarrow\operatorname{cov}(X,Y)=0\\\Leftrightarrow E(XY)=EX\cdot EY\\\Leftrightarrow D(X\pm Y)=DX+DY\end{cases}$

4. 正态分布的若干结论

（1）$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $\frac{X-\mu}{\sigma}\sim N(0,1)$

（2） $X \sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $aX+b \sim N\left(a\mu+b,a^2\sigma^2\right)$

（3）相互独立的正态分布的线性组合仍服从正态分布，即 $X_i \sim N\left(\mu_i,\sigma_i^{\ 2}\right)$，$\left(i=1,2,\cdots,n\right)$ ，且 $X_1,X_2,\cdots X_n$ 相互独立，则

$$a_1X_1+a_2X_2+\cdots a_nX_n \sim N\left(\sum_{i=1}^{n}a_i\mu_i,\sum_{i=1}^{n}a_i^{\ 2}\sigma_i^{\ 2}\right)$$

（4）若 $\left(X,Y\right)$ 服从二维正态分布，即 $\left(X,Y\right)\sim N\left(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^{\ 2},\sigma_2^{\ 2};\rho\right)$，则

① $X \sim N\left(\mu_1,\sigma_1^{\ 2}\right)$，$Y \sim N\left(\mu_2,\sigma_2^{\ 2}\right)$ ；（反之不成立）

② X 与 Y 独立 $\Leftrightarrow$ X 与 Y 不相关。（反之不成立）

第五章 大数定律及中心极限定理

1. 契比雪夫不等式

$$P\left\{\left|X-E(X)\right|\ge\varepsilon\right\}\le\frac{D(X)}{\varepsilon^2},\quad P\left\{\left|X-E(X)\right|<\varepsilon\right\}\ge1-\frac{D(X)}{\varepsilon^2}。$$

2. 大数定律

（1）2 项内涵：通过严谨证明保证：频率依概率趋于概率，平均值依概率趋于真值。

（2）做题常用公式：$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^k \xrightarrow{P} E\left(X_i^k\right)$ ，其中 X_i 两两相互独立且同分布。

3. 中心极限定理

（1）勒维—林德贝格（独立同分布）中心极限定理：$\sum_{i=1}^{n}X_i \to N\left(n\mu,n\sigma^2\right)$ ，其中 X_i 为两两相互独立且同分布，且 $E\left(X_k\right)=\mu$ 、$D\left(X_k\right)=\sigma^2>0$。

（2）棣莫弗—拉普拉斯（二项分布）中心极限定理：若随机变量 $X\sim B(n,p)$，则在 $n\to\infty$ 时 $X\sim N(np,np(1-p))$。

第六章 数理统计的基本概念

1. 本章常用公式与结论

（1）样本均值 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$；样本方差 $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$ ；

（2） $E(\overline{X})=EX$， $D(\overline{X})=\frac{DX}{n}$， $E(S^2)=DX$；

（3） χ^2、t、F 分布的构造原理：

$$\chi^2\left(n\right)=X_1^{\ 2}+X_2^{\ 2}+\cdots+X_n^{\ 2},\quad t\left(n\right)=\frac{X}{\sqrt{Y/n}},\quad F\left(n,m\right)=\frac{X/n}{Y/m};$$

（4）正态总体的若干统计量及其分布（前提：总体 $X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$），则

$$\overline{X}\sim N\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right),\quad \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N\left(0,1\right),\quad \frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t\left(n-1\right),\quad \frac{\left(n-1\right)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2\left(n-1\right)$$

2. 求统计量服从分布的一般思路

（1）猜：根据问题先猜统计量服从的分布；

（2）凑：看已知什么，按 χ^2、t、F 分布的构造原理，自己去凑；

（3）记得正态分布“标准化”；

（4）最后整理，如果猜的方向对，自然就会出来结果。

第七章　参数估计

1. 点估计是要作什么？

已知：（1）总体 X 的分布，其中含有未知参数 θ；

（2）样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，

目的：构造关于样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 的函数，去估计 θ，

称：$\hat{\theta}=g\left(X_1,X_2,\cdots,X_n\right)$ 为 θ 的估计量，$\hat{\theta}=g\left(x_1,x_2,\cdots,x_n\right)$ 为 θ 的估计值。

2. 矩估计的计算步骤：

（1）求出总体矩：$EX,EX^2,\cdots,EX^K,\cdots$；

（2）写出样本矩：$A_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$， $A_2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^{\ 2}$， …， $A_K=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^{\ K}$ …；

（3）列方程：令 $\begin{cases}EX=A_1\\EX^2=A_2\\\quad\vdots\\EX^K=A_K\\\quad\vdots\end{cases}$ ，即可求出 $\hat{\theta}$。

例：$X\sim E\left(\lambda\right)$，$\lambda>0$ 未知，样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，求 λ 的矩估计。

解：（1） $EX=\frac{1}{\lambda}$；（2） $A_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i=\overline{X}$；（3）令 $\frac{1}{\lambda}=\overline{X}\Rightarrow\hat{\lambda}=\frac{1}{\overline{X}}$。

装

订

线

姓名：

学号：

班级：

装 订 线

说明：

（1）一般有几个参数，列几个方程；

（2）结果记得加 ^；

（3）矩估计法不唯一（由此后面引出了点估计的评价）

（4）大数定律：$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^K \xrightarrow{P} EX^K$，即 $A_K \xrightarrow{P} EX^K$ 保证了矩估计法的合理性。

3. 极大似然估计的计算步骤：

计算原理：当极大似然函数 $L(\theta)$ 取最大值时，求相应的参数 θ 的方法。

常见计算步骤：

（1）写出极大似然函数：

$$L(\theta)=\begin{cases}P\{X_1=x_1\}P\{X_2=x_2\}\cdots P\{X_n=x_n\}, & \text{离散型总体,}\\ f_{X_1}(x_1)f_{X_2}(x_2)\cdots f_{X_n}(x_n), & \text{连续型总体.}\end{cases}$$

（2）取对数：$\ln L(\theta)$；

（3）求导数：令 $\frac{\mathrm{d}\ln L(\theta)}{\mathrm{d}\theta}=0$，求出估计量 $\hat{\theta}$。

说明：

（1）若有多个参数，则上面第三步中 $\ln L(\theta)$ 应对每个参数求偏导数，并令其为 0，求出各个参数的估计量；

（2）上述求 $L(\theta)$ 最大值的方法并不严格（未讨论导数不存在的点、未判断是否为极大值点或最大值点），但因概率都是实际问题，一般导数为零的结果只有一个，就认为这个结果为 θ 的估计了。

（3）上面的步骤可能失效（一般未知参数为总连续型总体概率密度的分段点时，一定失效），无法求出 $\hat{\theta}$。此时，应从原理上分析，直接分析 $L(\theta)$，找到使 $L(\theta)$ 取得最大值时 θ 的估计量，该情况一般的结论是

$\hat{\theta}=\max(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 或 $\hat{\theta}=\min(X_1,X_2,\cdots,X_n)$.

4. 点估计的评价

（1）无偏性：$E(\hat{\theta})=\theta$，称 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计。

（2）有效性：$E(\hat{\theta}_1)=E(\hat{\theta}_2)=\theta$，且 $D(\hat{\theta}_1)<D(\hat{\theta}_2)$，称 $\hat{\theta}_1$ 较 $\hat{\theta}_2$ 有效。

（3）一致性：$\hat{\theta}$ 依概率收敛于 θ，称 $\hat{\theta}$ 为 θ 的一致（相合）估计。

5. 一个正态总体前提下对参数的双侧区间估计

未知参数		选择的统计量及分布	$1-\alpha$ 置信区间
μ	σ^2 已知	$Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$	$\left(\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2},\ \bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2}\right)$
	σ^2 未知	$T=\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$	$\left(\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1),\ \bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1)\right)$
σ^2		$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$	$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)},\ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)}\right)$

第八章　假设检验

1. 显著性水平 α 是什么？

显著性水平 α ＝ 犯第一类错误（弃真）的概率 ＝ $P\{$拒绝 $H_0\,|\,H_0$ 为真$\}$

2. 一个正态总体前提下对参数的双侧假设检验

原假设 H_0		选择的统计量及分布	拒绝域
$\mu=\mu_0$	σ^2 已知	$Z=\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$	$\lvert z\rvert>z_{\alpha/2}$
	σ^2 未知	$T=\frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$	$\lvert t\rvert>t_{\alpha/2}(n-1)$
$\sigma^2=\sigma_0^2$		$\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n-1)$	$\chi^2\ge\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ 或 $\chi^2\le\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$