

理论力学目录

2021-2022 年期末考试试卷	1
2021-2022 年期末考试试卷参考答案	7
2020-2021 年期末考试试卷	15
2020-2021 年期末考试试卷参考答案	20
2019-2020 年期末考试试卷	27
2019-2020 年期末考试试卷参考答案	31
2018-2019 年期末考试试卷	37
2018-2019 年期末考试试卷参考答案	43
2017-2018 年期末考试试卷	49
2017-2018 年期末考试试卷参考答案	55
2015-2016 年期末考试试卷	61
2015-2016 年期末考试试卷参考答案	67
2013-2014 年期末考试试卷	73
2013-2014 年期末考试试卷参考答案	78
2012-2013 年期末考试试卷	83
2012-2013 年期末考试试卷参考答案	89
2018 年自主考试试卷	95
2018 年自主考试试卷参考答案	99
理论力学期末考试卷二	107
理论力学期末考试卷二参考答案	111



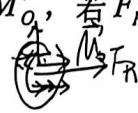
2021-2022年 哈尔滨工程大学试卷

考试科目： 理论力学 A

一、判断题（每题 2 分，共 10 分，填写“对”或“错”）

1、(X) 若某力在某轴上的投影绝对值等于该力的大小，则该力在另一任意共面轴上的投影一定等于零。

2、(X) 一个空间力系向某点简化后，得主矢 \vec{F}_R 和主矩 \vec{M}_O ，若 \vec{F}_R 和 \vec{M}_O 平行，则此力系可进一步简化为一合力。



3、(✓) 自锁现象是指所有主动力的合力指向接触面，且其作用线位于摩擦锥之内，不论合力多大，物体总能平衡的一种现象。



4、(X) 质点系中各质点都处于静止时，质点系的动量为零。于是可知如果质点系的动量为零，则质点系中各质点必须静止。

5、(✓) 平动刚体惯性力系可简化为一个合力，该合力一定作用在刚体的质心上。

007打印社QQ: 694007007

二、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1、作用与反作用定律的适用范围是 (B)

A、对刚体和变形体均运用

B、只适用于刚体

C、只适用于变形体

D、只适用于物体处于平衡状态

2、作用在一个刚体上的两个力 \vec{F}_1 、 \vec{F}_2 ，满足 $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ 的条件，则该二力可能是 (B)

A、作用力和反作用力或一对平衡力

B、一对平衡的力或一个力偶

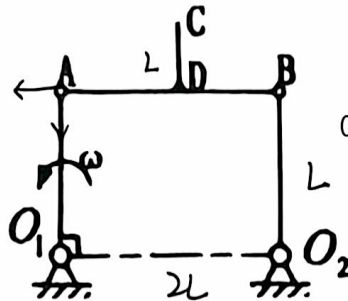
C、一对平衡的力或一个力和一个力偶

D、作用力和反作用力或一个力偶

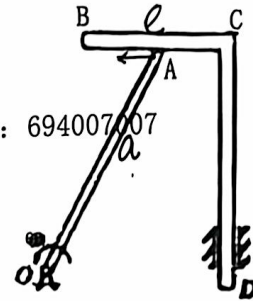


3、平行四连杆机构如图所示： $O_1O_2 = AB = 2L$ ， $O_1A = O_2B = DC = 1$ ， O_1A 杆以 ω 绕 O_1 轴匀速转动，在图示位置， C 点的加速度为 ()

- A、0 B、 $L\omega^2$ C、 $2L\omega^2$ D、 $\sqrt{5}L\omega^2$



选择题第3题



选择题第4题

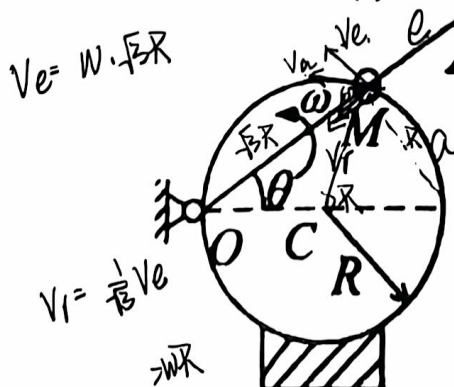
4、机构如图所示，取曲柄 OA 的端点为动点，滑杆 BCD 为动系，则动点 A 的牵连运动为 ()。

- A、 A 点向上作直线运动 B、 A 点作以 O 点为圆心， OA 为半径的圆周运动
C、滑杆 BCD 的铅垂运动 D、 OA 杆的定轴转动

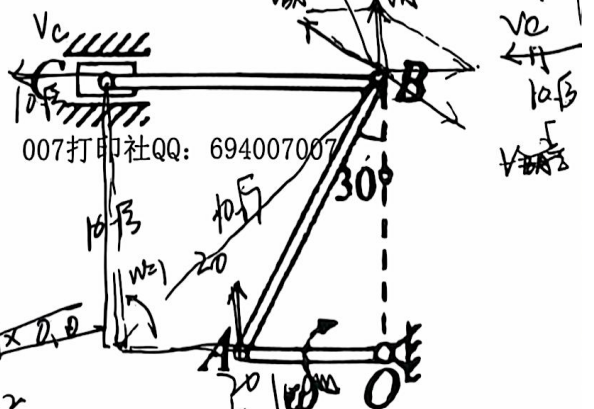
5、在半径 $R = 10\text{cm}$ 的固定大圆环上套一小环 M ，摇杆 OA 穿过小环 M 并绕 O 轴以匀角速度 $\omega = 0.1\pi\text{rad/s}$ 朝逆时针向转动，取小环 M 为动点，动系与摇杆 OA 固连，则当 OA 杆的倾角 $\theta = 30^\circ$ 时，动点 M 的科氏加速度 a_c 为 ()

- A、 $a_c = 0.2\pi^2\text{cm/s}^2$ B、 $a_c = 0.346\pi^2\text{cm/s}^2$

- C、 $a_c = 0.4\pi^2\text{cm/s}^2$ D、 $a_c = 0.5\pi^2\text{cm/s}^2$



选择题第5题



选择题第6题

$$\begin{aligned}\vec{V}_C &= \vec{V}_B + \vec{V}_{CB} \\ \vec{V}_A &= \vec{V}_B + \vec{V}_{AB}\end{aligned}$$

007资料店精心整理，仅限内部复习



扫描全能王 创建

$$V_e = V_r = 10\sqrt{3}$$

6、如图所示机构中，已知长为 $r = 10\text{cm}$ 的曲柄 OA 以匀角速度 $\omega = 2\text{rad/s}$ 绕 O 轴顺时针向转动，滑块 C 以匀速 $v_C = 10\sqrt{3}\text{cm/s}$ 水平向左滑动，在图示位置时， BC 杆水平， AB 杆与铅直线 OB 成 30° 角， $OA \perp OB$ ，此时 B 点的速度大小 v_B 为 ()。

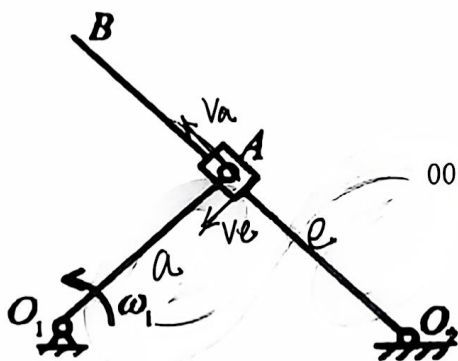
- A、 $v_B = 34.64\text{cm/s}$ B、 $v_B = 26.64\text{cm/s}$
C、 $v_B = 20\text{cm/s}$ D、 $v_B = 17.32\text{cm/s}$

$$V_B = V_e + V_r$$

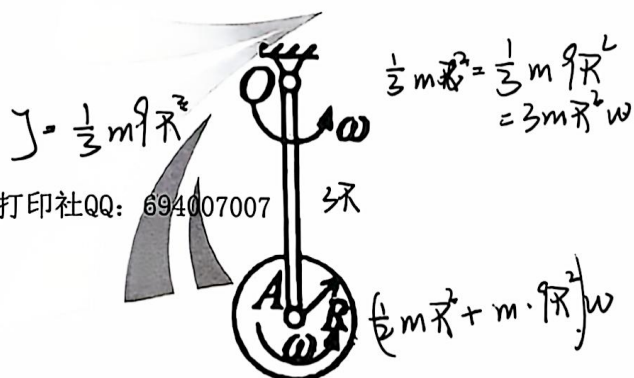
A B

7、在图所示机构中，若取 O_1A 杆上的点 A 为动点，动系与 O_2B 杆固连，定系与机座固连，则当 O_1A 杆与 O_2B 杆垂直时，该瞬间有 ()。

- A、 $v_r = 0, v_e \neq 0$ B、 $v_r = v_e = 0$
C、 $v_r \neq 0, v_e = 0$ D、 $v_r \neq 0, v_e \neq 0$



选择题第 7 题



选择题第 8 题

8、一均质杆 OA 与均质圆盘在圆盘中心 A 铰接，在图示位置， OA 杆绕固定轴 O 转动的角速度为 ω ，圆盘相对于杆 OA 的角速度亦为 ω 。设 OA 杆与圆盘的质量均为 m ，圆盘的半径为 R ，杆长 $l = 3R$ ，此时该系统对固定轴 O 的动量矩大小 H_0 为 ()。

- A、 $H_0 = 22mR^2\omega$ B、 $H_0 = 12.5mR^2\omega$
C、 $H_0 = 13mR^2\omega$ D、 $H_0 = 12mR^2\omega$

$$H = 3mR^2\omega + 1.5mR^2\omega + \frac{1}{2}mR^2\omega$$

9、平板 A 以匀速 V_1 沿水平直线向右运动，质量为 m ，半径为 r 的均质圆轮 B 在平板上以角速度 ω 沿水平直线只滚不滑，则圆轮的动能为 ()。

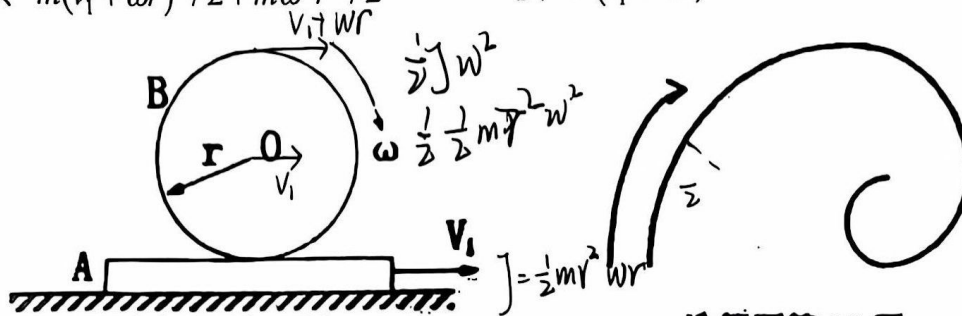


A、 $mv_1^2/2 + m\omega^2 r^2/2$

B、 $mv_1^2/2 + m\omega^2 r^2/4$

C、 $m(v_1 + \omega r)^2/2 + m\omega^2 r^2/2$

D、 $m(v_1 + \omega r)^2/2 + m\omega^2 r^2/4$



选择题第 9 题

007打印社QQ: 694007007

选择题第 10 题

10、点沿图示螺旋线自外向内运动，它走过的弧长与时间的一次方成正比，则

该点

A、越跑越快

B、越跑越慢

C、加速度越来越大

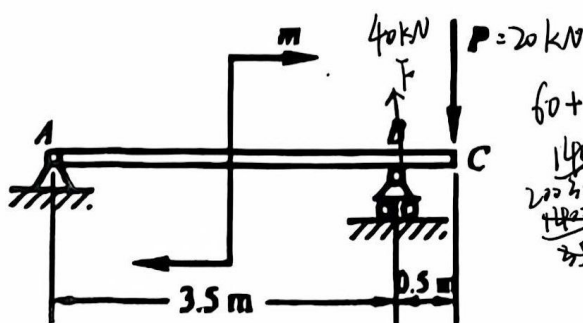
D、加速度越来越小

三、填空题（每题 4 分，共 20 分）

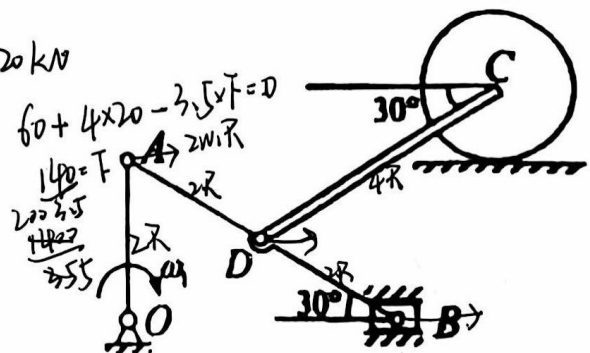
1、平面平行力系有 3 个平衡方程，空间平行力系有 3 个平衡

007打印社QQ: 694007007方程。

2、如图所示，在水平外伸梁上作用一力偶 $m = 60 \text{ kN} \cdot \text{m}$ ，在 C 点作用一铅锤载荷 $P = 20 \text{ kN}$ ，支座 A 处的约束反力的大小为 40 kN，方向为 向上。



填空题第 2 题



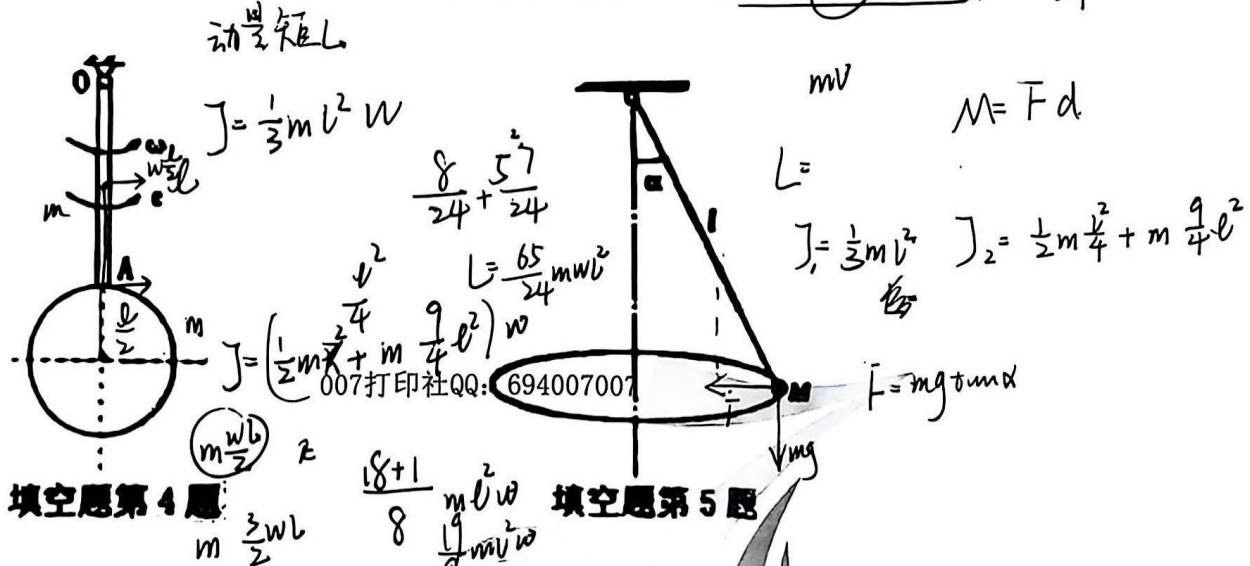
填空题第 3 题

3、在如图所示平面机构中，半径为 R 的圆轮在水平粗糙面上滚动而不滑动，滑块 B 在水平槽内滑动。已知曲柄 OA 在图示铅直位置时角速度为 ω_1 ，



$OA = AD = DB = \frac{1}{2} DC = 2R$, CD 杆做 平移 运动, 此时圆轮的角速度为 $2\omega_1$ 。

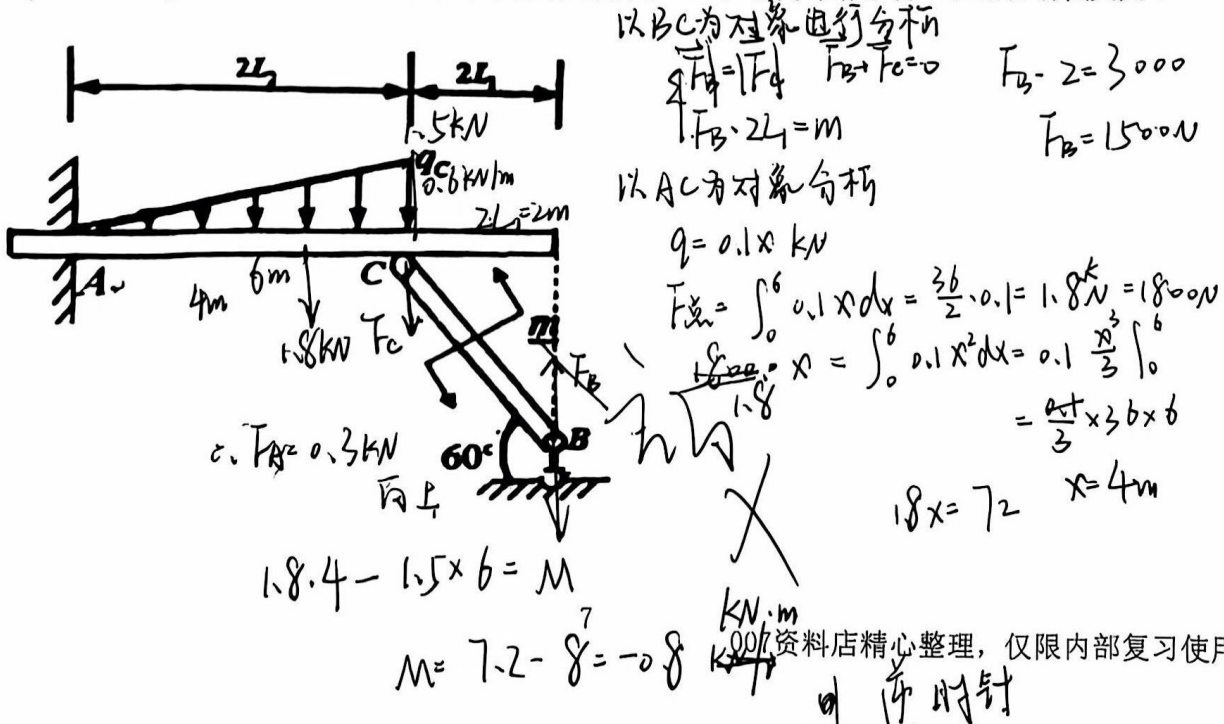
4、质量为 m 的均质杆 OA , 长 l , 在杆的下端固结一质量亦为 m , 半径为 $l/2$ 的均质圆盘, 图示瞬时角速度为 ω , 角加速度为 ε , 系统的动量的大小为 $\frac{65}{24} m\omega l$



5、在图示圆锥摆中, 球 M 的质量为 m , 绳长 l , 若 α 角保持不变, 则小球的法向加速度为 $g \tan \alpha$ 。

四、综合题 (共 3 题, 第 1 题 10 分, 第 2、3 题每题 15 分, 共 40 分)

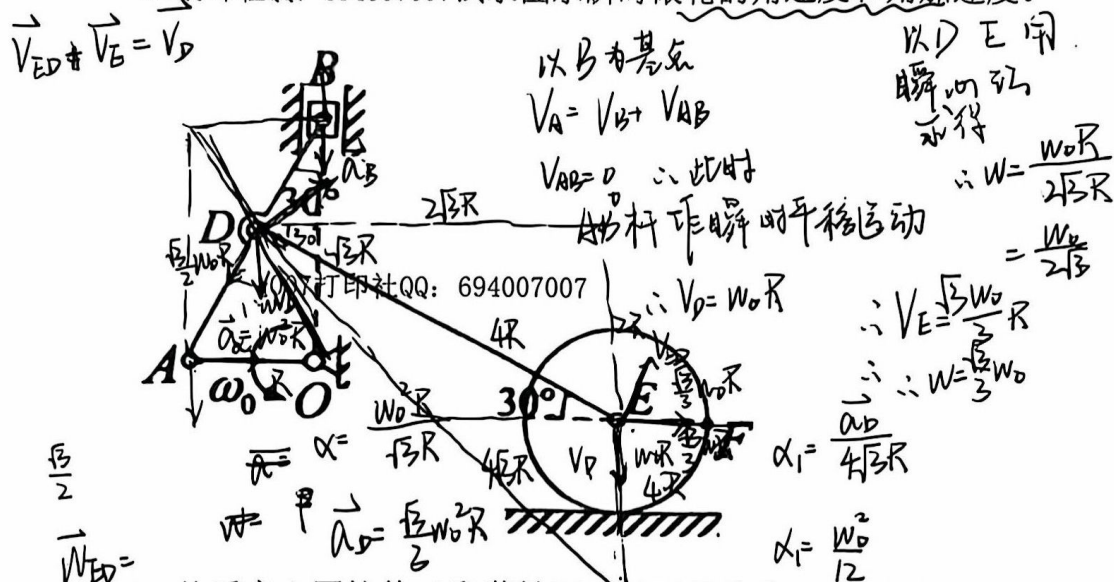
1、如图所示, C 处铰接, 各杆自重不计, 已知: $q_C = 0.6 \text{ kN/m}$, $m = 3 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $L_1 = 1 \text{ m}$, $L_2 = 3 \text{ m}$, BC 杆与水平面的夹角为 60° , 试求固定端 A 处的约束反力。



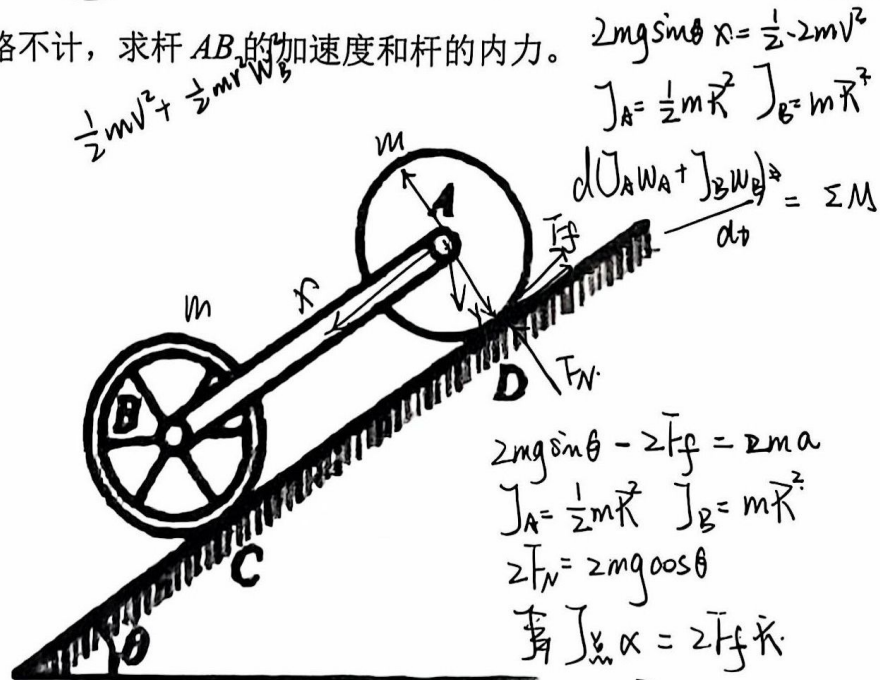
扫描全能王 创建

2、如图所示机构，曲柄 OA 水平， $OA \perp OB$ ， AB 杆与铅直线 OB 的夹角为 30° ， DE 杆与水平线的夹角也是 30° ，已知曲柄 OA 以匀角速 ω_0 绕 O 轴朝逆时针向转动，滚轮的半径为 R ，它在水平面上滚而不滑， $OA = AD = DB = R$ ， $DE = 4R$ ，

007打印社QQ: 694007007 试求图示瞬时滚轮的角速度和角加速度。



3、均质实心圆柱体 A 和薄铁环 B 的质量均为 m ，半径都等于 r ，两者用杆 AB 铰接，无滑动地沿斜面滚下，斜面与水平面的夹角为 θ ，如图所示，如杆的质量忽略不计，求杆 AB 的加速度和杆的内力。



2021-2022年理论力学考题答案

一、判断题

1. 【答案】： 错

【解析】： 当两共面轴垂直时，若某力在某轴上的投影绝对值等于该力的大小，则该力在另一共面轴的投影为 0

【知识点】： 力的投影，共面轴

2. 【答案】： 错

【解析】： 当主矢和主矩平行时，此力系可进一步简化为力螺旋

【知识点】： 空间力系的简化007打印社QQ：694007007

3. 【答案】： 对

【解析】： 自锁现象是指所有主动力的合力指向接触面，且其作用线位于摩擦锥之内，无论合力多大，物理总能平衡的现象

【知识点】： 自锁

4. 【答案】： 错

【解析】： 如果质点系的动量为 0，质点系中各质点的动量不一定为 0，几质点系中各质点不一定静止

【知识点】： 质点系动量与各质点动量

5. 【答案】： 对

【解析】： 平动刚体惯性力系可简化为一个合力，该合力大小为 ma_c ，作用点在刚体的质心上

【知识点】： 惯性力系简化

二、选择题

1. 【答案】： A

【解析】： 作用和反作用定理适用于所有物体

【知识点】： 静力学公理适用范围

2. 【答案】： B

【解析】： 当二力作用点相同时，该二力是一对平衡的力；当二力作用点不同时，该二力是一个力偶

【知识点】： 二力平衡、力偶

3. 【答案】： B

【解析】： ABCD 是固连在一起的整体，故 $a_C = a_A = L\omega^2$

【知识点】： 匀速圆周运动加速度

4. 【答案】： C

【解析】： A 点的实际运动为以 O 为圆心，OA 为半径的圆周运动；A 点的相对运动为水平方向的直线运动；A 点的牵连运动为滑杆 BCD 的铅锤运动

【知识点】： 牵连运动

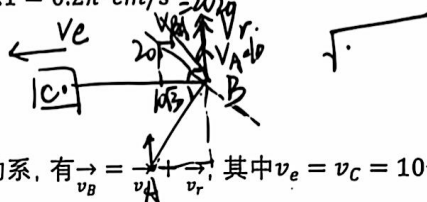
5. 【答案】： A



【解析】：此时 M 点的实际运动轨迹为大圆环圆周，即 M 点与大圆环圆心连线垂直于点 M 实际速度方向，M 点的相对运动是沿着 OA 的直线运动，M 点的牵连运动是以 O 为圆心，OM 为半径的圆周运动。由几何关系可得 $v_r = \frac{1}{\sqrt{3}} v_e = \frac{1}{\sqrt{3}} \omega_e \cdot OA = \omega_e R$ ，则 M 点的科氏加速度

度为 $a_c = 2\omega_e v_r = 2 \times (0.1\pi)^2 \times 0.1 = 0.2\pi^2 \text{ cm/s}^2$

【知识点】：科氏加速度



6. 【答案】：A

【解析】：以 B 为动点，滑块 C 为动系，有 $\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{v}_{B/C}$ ，其中 $v_e = v_C = 10\sqrt{3} \text{ cm/s}$ ，而 $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$ ，其中 $v_A = \omega \cdot OA = 10 \text{ cm/s}$ ，则 $\vec{v}_C + \vec{v}_{B/C} = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$ ，水平方向有 $v_{B/A} \cos 30^\circ = v_C =$

$10\sqrt{3} \text{ cm/s}$ ，可得 $v_{B/A} = 20 \text{ cm/s}$ ，合成 v_A 和 $v_{B/A}$ 可得 $v_B = \frac{20\sqrt{3} \text{ cm}}{\text{s}} = 34.64 \text{ cm/s}$

【知识点】：牵连运动，相对速度

$$v_{B/A} \cos 30^\circ = v_C = 10\sqrt{3}$$

$$v_{B/A} = 20$$

7. 【答案】：C

【解析】：A 点的实际运动为以 O_1 为圆心， O_1A 为半径的圆周运动；A 点的相对运动为 O_2B 方向的直线运动；A 点的牵连运动为以 O_2 为圆心，OB 为半径的圆周运动；当 O_1A 杆与 O_2B 杆垂直时， v_a 和 v_r 同向， v_a 和 v_e 反向，由 $\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$ 可得 $v_a = v_r \neq 0, v_e = 0$

【知识点】：动点的实际运动，相对运动，牵连运动

8. 【答案】：C 007打印社QQ: 694007007

【解析】：OA 杆对轴 O 的动量矩为 $H_{O1} = J\omega = \frac{1}{3}m(3R)^2\omega = 3mR^2\omega$ ，圆盘对轴 O 的动量矩为 $H_{O2} = m(\omega \cdot 3R) \cdot 3R + \frac{1}{2}mR^2(\omega + \omega) = 10mR^2\omega$ ，故该系统对轴 O 的动量矩为 $13mR^2\omega$

【知识点】：动量矩

9. 【答案】：D

【解析】：由圆轮只滚不滑可得圆轮质心的速度 $v_c = v_1 + \omega r$ ，则圆轮的动能为 $\frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}m(v_1 + \omega r)^2 + \frac{1}{4}m\omega^2 r^2$

【知识点】：转动动能、平动动能

10. 【答案】：C

【解析】：设 $s = kt$ ，则线加速度 $\tau = k$ 为定值，故 AB 错误，而角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ ，由图可知角加速度不断增大，则该点的加速度越来越大

【知识点】：曲线运动加速度

三、填空题



1. 【答案】: 2, 3

【解析】: 空间平行力系中力只有一个方向, 故平面平行力系有两个平衡方程: $\sum F_x = 0 / \sum F_y = 0 / \sum F_z = 0$ 和 $\sum M_O = 0$; 而空间平行力系中力只有一个方向, 故空间平行力系关于力只有一个平衡方程 $\sum F_x = 0 / \sum F_y = 0 / \sum F_z = 0$, 且一组平行力在平行的轴上没有力矩, 故空间平行力系关于力矩有两个平衡方程: $\sum M_x = 0, \sum M_y = 0 / \sum M_z = 0, \sum M_x = 0 / \sum M_z = 0$, 即空间平行力系有三个平衡方程。

【知识点】: 力系的平衡方程

2. 【答案】: 20KN, 竖直向下

【解析】: 设 B 处约束反力为竖直向下的 F_B , 设 A 处约束反力为竖直向上的 F_{Ay} 和水平向右的 F_{Ax} , 由 $\sum F_x = 0$ 得 $F_{Ax} = 0$, 由 $\sum M_O = 0$ 得 $F_B \cdot AB - P \cdot AC - 60 = 0$, 解得 $F_B = 40KN$, 由 $\sum F_y = 0$ 得 $P + F_A - F_B = 0$, 解得 $F_A = 20KN$

【知识点】: 约束反力求法

3. 【答案】: 瞬时平移, $2\omega_1$

【解析】: 此时 A 点、B 点速度均水平向右, 则杆 AB 做瞬时平动, 有 $v_A = v_B = v_D$, 即 D 点速度水平向右, 且 D 点速度水平向右, 则杆 CD 做瞬时平动, 有 $v_C = v_D = v_A = \omega_1 \cdot 2R$, 得 $\omega_C = 2\omega_1$

【知识点】: 瞬时平动

007打印社qq694007007

4. 【答案】: $2m\omega l$ 方向向右

【解析】: OA 杆对的动量为 $mv_{c1} = m\omega \frac{1}{2}l$, 圆盘的动量为 $mv_{c2} = m\omega \left(l + \frac{1}{2}l\right) = \frac{3}{2}m\omega l$, 故该系统的动量为 $2m\omega l$

【知识点】: 系统的动量

5. 【答案】: $g \tan \alpha$

【解析】: 对小球受力分析有 $ma = mg \tan \alpha$, 即 $a = g \tan \alpha$

【知识点】: 受力分析

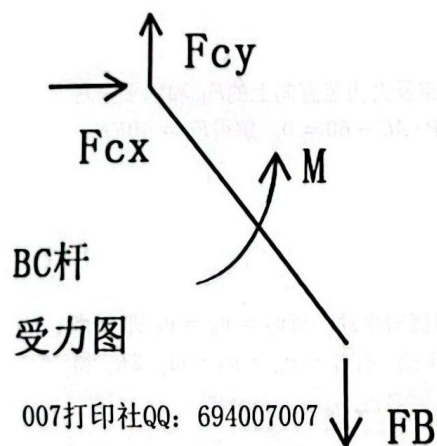


哈尔滨工程大学试卷答案

考试科目: 理论力学A

四、综合题

1、



$$\sum M_C = 0$$

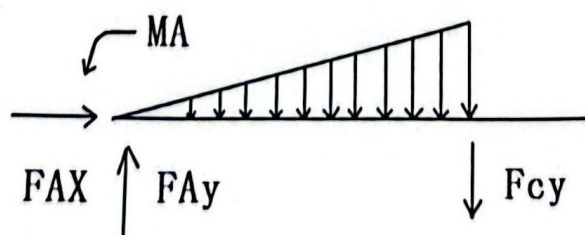
$$F_B \cdot 2l_1 - M = 0$$

$$F_B = \frac{M}{2l_1} = \frac{3}{2 \times 1} = 1.5$$

$$B \text{ 处反力: } F_B = 1.5(\text{KN}) \downarrow$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{cx} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{cy} = 1.5(\text{KN})$$



$$\sum F_x = 0: F_{Ax} - 0 = 0$$

$$\sum F_y = 0: F_{Ay} - F_{cy} - \frac{1}{2} \cdot 2l_2 \cdot q_c = 0$$

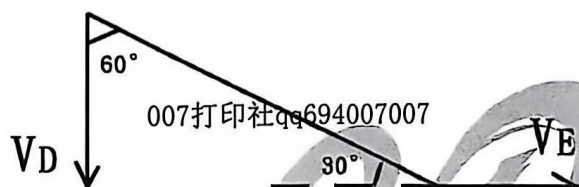
$$\sum M_A = 0: M_A - F_{cy} \cdot 2l_2 - \frac{1}{2} \cdot 2l_2 q_c \cdot \frac{4}{3} l_2 = 0$$

$$\begin{cases} F_{Ax} = 0 \\ F_{Ay} = 3.3(kN) \\ M_A = 16.2(kNm) \end{cases}$$

2、

由题意得，AB 杆瞬时平动 $\omega_{AB} = 0$

$$V_A = V_O = V_B = \omega_0 R$$



由速度投影定理：

$$V_D \cos 60^\circ = V_E \cos 30^\circ$$

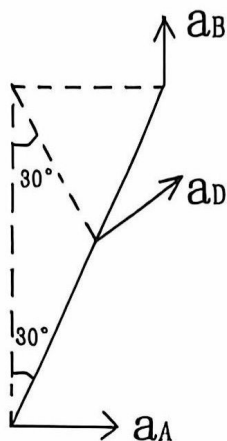
$$V_E = \frac{\sqrt{3}}{3} V_D = \frac{\sqrt{3}}{3} \omega_0 R$$

$$\text{即：轮的角速度 } \omega_E = \frac{V_E}{R} = \frac{\sqrt{3}}{3} \omega_0$$

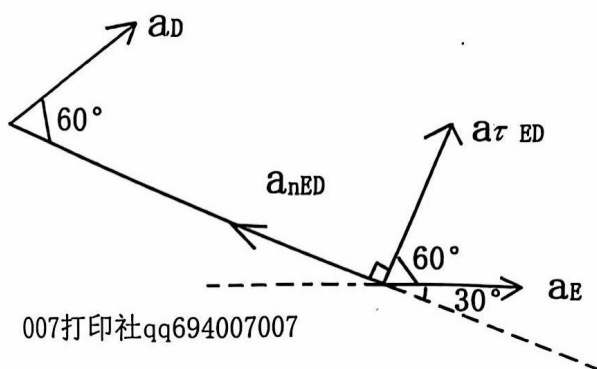
AB 杆做瞬时平动

$$\text{加速度瞬心如图：} a_D = \frac{\sqrt{3}}{3} a_A = \frac{\sqrt{3}}{3} \omega_0^2 R$$





DE 杆的角速度为: $\omega_{DE} = \frac{\sqrt{3}}{6} \omega_0$



007打印社qq694007007

$$\vec{a}_D + \vec{a}_{nED} + \vec{a}_{\tau ED} = \vec{a}_E$$

$$a_{nED} = \omega_{ED}^2 \cdot 4R = \frac{1}{3} \omega_0^2 R \quad \frac{7}{46} \omega_0^2 \cdot 4R \quad \frac{1}{3} \omega_0^2 R$$

$$a_E \cos 30^\circ = a_D \cos 60^\circ - a_{nED}$$

$$\text{得 } a_E = \frac{1}{3} \omega_0^2 R - \frac{2\omega_0^2 R}{3\sqrt{3}}, \quad \text{轮的角加速度 } d_E = \frac{a_E}{R} = \frac{1}{3} \omega_0^2 - \frac{2\omega_0^2}{3\sqrt{3}}$$

3、由动能定理: 设 AB 杆下滑 x 后速度为 v

$$2mg \sin \theta x = \frac{3}{4} mv^2 + \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} (mr^2) \omega_B^2$$

$$\text{由 } V = V_A = V_B = \omega_B r$$

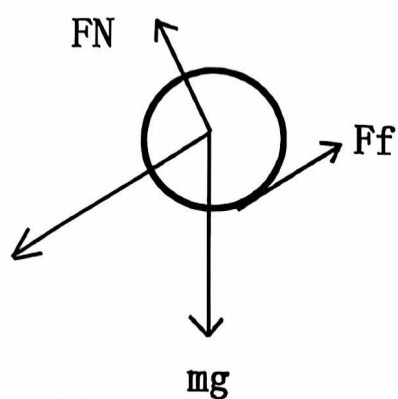
$$\text{得: } 2mg \sin \theta x = \frac{7}{4} mv^2$$



求得: $a = \frac{4}{7}g \sin \theta$ (加速度: $\frac{4}{7}g \sin \theta$)

对圆盘有

$$\begin{cases} T + mg \sin \theta - F_f = ma \\ F_f r = \frac{1}{2} m r^2 d_A \\ a = d_A r \end{cases}$$



$$T = -\frac{1}{7}mg \sin \theta$$

AB (拉力)



哈尔滨工程大学《理论力学》

2020-2021 学年第一学期期末考试试卷

一、判断题(每小题 2 分, 共 20 分)

、(☒) 若某力在某轴上的投影绝对值等于该力的大小, 则该力在另一任意共面轴上的投影一定不等于零。

、(☒) 某空间力系由两个力构成, 此二力既不平行, 又不相交, 则该力系简化后的最后结果为力螺旋。

、(☒) 一平面力系向平面内 A 、 B 两点简化, 所得结果相同, 且主矢、主矩都不为零, 这种情况是可能的。

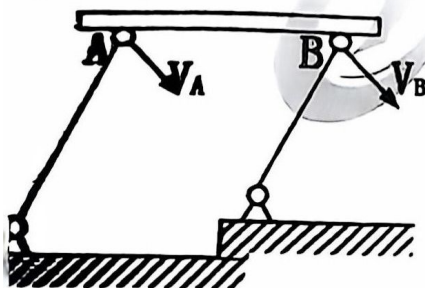
、(☒) 圆盘沿固定轨道作纯滚动时, 轨道对圆盘一定作用有静摩擦力。

、(☒) 刚体沿定轴转动时, 只要知道刚体上任意两点的速度的方向, 就能确定转轴的位置。

、(☒) 如果考虑地球自转, 则在地球上的任何地方运动的物体(视为质点), 都有科氏加速度。

、(☒) 如图所示机构在某瞬间时 A 点和 B 点的速度完全相同(等值、同向) 则 AB 板的运动

是平动。



、(☒) 质点系各质点之间相互作用的内力不改变质点系内任何一个质点的动量。

、(☒) 处于瞬时平动状态的刚体, 在该瞬时其惯性力系向质心简化的主矩必为零。

、(☒) 作平面运动刚体的动能等于它随质心平动的动能和绕质心转动动能之和。

二、选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

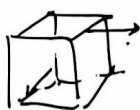
、在一个正方体上沿棱边作用 6 个力, 各力的大小都等于 F , 此力系的最终简化结果为

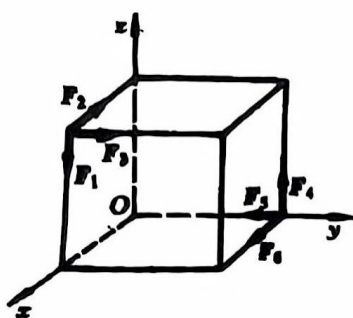
、合力

B、平衡

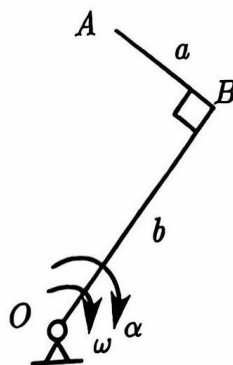
C、合力偶

D、力螺旋





选择题第1题



选择题第2题图

2、已知某瞬时L形钢杆定轴转动的角速度为 ω ，角加速度为 α ，则A点的速度大小为 (C)。

A、 $\alpha\omega$

B、 $b\omega$

C、 $\omega\sqrt{a^2+b^2}$

D、以上都不对

3、重为 W 的物块置于倾角为 α 的斜面上，物块与斜面间的摩擦角为 φ_m ，并知物块必须加一推力才能在斜面上维持平衡。现若物块在如图所示的水平推力 P 作用下处于稳定平衡状态，则斜面的全反力的大小为 (B)。

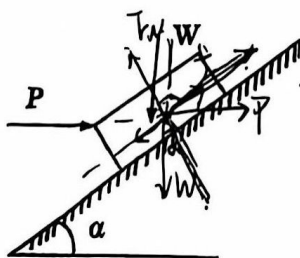
A、 $R = 2\sqrt{W^2 + P^2}$

B、 $R = \sqrt{W^2 + P^2}$

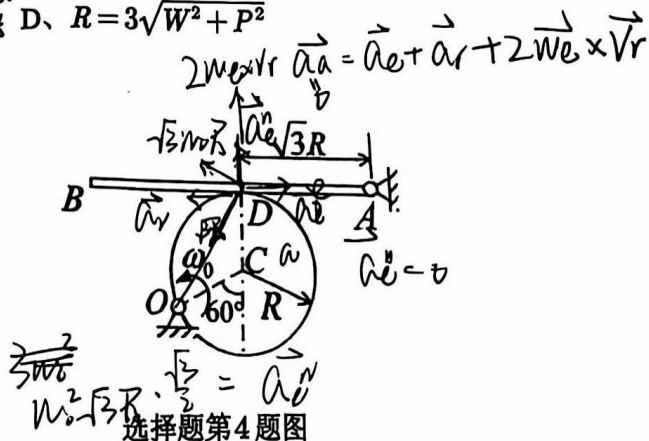
C、 $R = \frac{\sqrt{W^2 + P^2}}{2}$

$\mu F_N = W \sin \alpha$

D、 $R = 3\sqrt{W^2 + P^2}$



选择题第3题图



选择题第4题图

4、半径为 R 的圆轮，以匀角速度 ω_0 绕 O 轴逆时针转动，从而带动 AB 杆绕 A 轴转动。在图示位置时， OC 与铅直线的夹角为 60° ， AB 杆水平，圆轮与 AB 杆的接触点 D 离 A 的距离为 $\sqrt{3}R$ 。此时， AB 杆的角加速度的大小为 (D)。



$V = \omega r$
 $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} m \omega^2 r^2$
 $J_1 = \frac{1}{2} m r^2$
 $J_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} m \cdot 16r^2 = \frac{4}{3} m r^2$

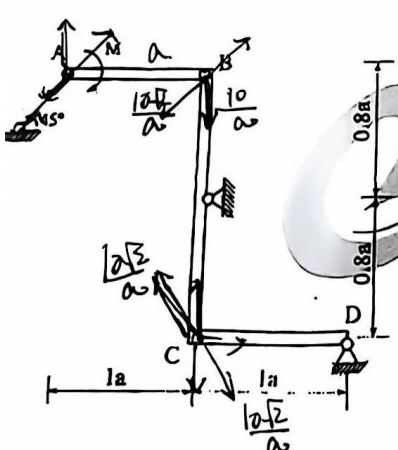
A、 $a = \sqrt{3} \omega_0^2$ B、 $a = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega_0^2$ C、 $a = \frac{\sqrt{3}}{12} \omega_0^2$ D、 $a = 0$

5、一质量为 m ，半径为 r 的匀质圆盘以匀角速度 ω 沿水平面滚动而不滑动，匀质杆 OA 与圆轮在轮心 O 处链接，设 OA 杆长 $l = 4r$ ，质量 $M = \frac{1}{4}m$ 。在图示杆与铅垂线的夹角 $\varphi = 60^\circ$ 时其角速度 $\omega_{OA} = \frac{1}{2}\omega$ ，则此时该系统的动能 T 为（ ）。

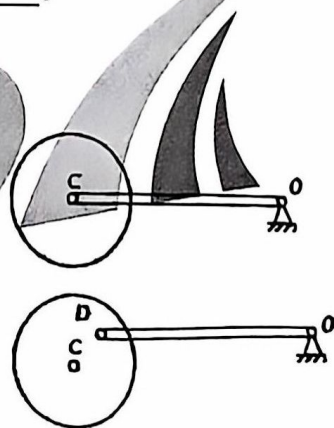
A、 $T = \frac{25}{24} m r^2 \omega^2$ B、 $T = \frac{11}{12} m r^2 \omega^2$ C、 $T = \frac{7}{6} m r^2 \omega^2$ D、 $T = \frac{2}{3} m r^2 \omega^2$

三、填空题（每小题4分，共20分）

1、杆 AB 、 BC 、 CD 用铰 B 、 C 连结并支撑如图，受矩为 $M = 10kN \cdot m$ 的力偶作用，不计各杆自重，则支座 D 处反力的大小为_____，方向_____。



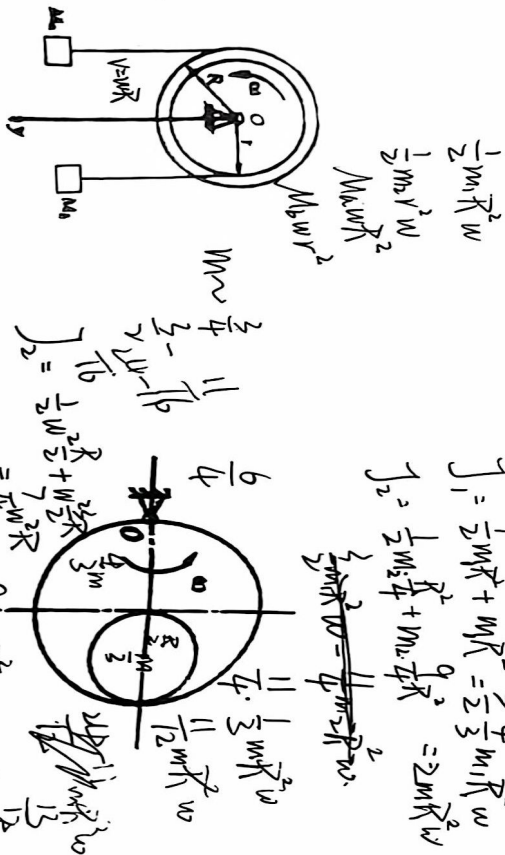
填空题第1题图



填空题第2题图

、图示系统置于铅垂面内，由静止开始释放，若：（1）匀质圆盘 C 在与杆铰接，则系统下降过程中，圆盘作_____运动；（2）匀质圆盘在 D 点与杆铰接，则系统下降过程中，圆盘作_____运动。

大轮的质量为 m_1 ，半径为 R 轮的质量为 m_2 ，半径为 r ，都可视为匀质圆盘，且两者固定在一起为鼓轮，某瞬时绕水平中心 O 以角速度 ω 转动。轮上分别用细绳挂着质量为 M_a 和 M_b 的物体，则系统的动量大小为_____。



填空题第3题图

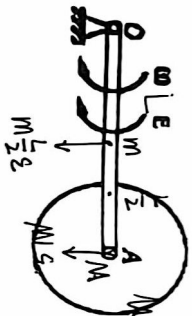
$$\frac{1}{2} \omega^2 R^2 + \omega^2 R^2$$
$$J_1 = \frac{3}{2} \omega^2 R^2$$
$$J_2 = \frac{3}{4} \omega^2 R^2$$
$$J = J_1 + J_2 = \frac{9}{4} \omega^2 R^2$$

填空题第4题图

$$\frac{1}{4} \omega^2 R^2$$
$$J = \frac{1}{4} \omega^2 R^2$$

4、一质量为 m ，半径为 R 的匀质圆板，挖去一半径为 $r = R/2$ 的圆洞。该刚体在铅垂面内绕水平 O 以角速度 ω 转动，则图示该瞬时刚体对 O 轴的动量矩的大小为_____。

5、图示系统由匀质圆盘与匀质细杆铰接而成。圆盘半径为 r 、质量为 M ，杆长为 L 、质量为 m 。在图示位置杆的角速度为 ω 、角加速度为 ϵ ，圆盘的角速度为 ω ，角加速度均为零，则系统惯性力系向定轴 O 简化的主矢与主矩大小分别为_____。



$$J_1 = \frac{1}{2} M r^2 + M \cdot L^2$$
$$J_2 = \frac{1}{2} m L^2$$

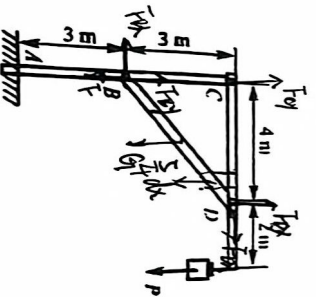
$$\frac{36}{2} \cdot 0.3 + \frac{1.5}{4} \cdot 0.8$$
$$18 \times 0.3 + 8 \times \frac{1}{4}$$

填空题第5题图

$$M = \int_0^L 64N \cdot 6m$$
$$18 \times 0.3 + 8 \times \frac{1}{4}$$

四、综合题 (满分 40 分)

1、在图示构件中，各杆单位长度的重量为 $300N/m$ ，载荷 $P = 10kN$ ， A 处为固定端， B 、 C 、 D 为铰链。求固定端 A 处及 C 铰链处的约束力。

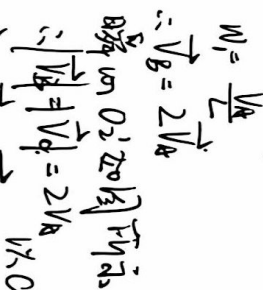


$$F + 300 \times 6 = F_{cy}$$
$$F_{cy} = 11.8 kN$$
$$F_{Ay} = F + 300 (6 + 6 + 5)$$
$$= 10 + 51 = 61 kN$$
$$M_A = 68.4 kN \cdot m$$

$O_1A=O_2C=L=10\text{cm}$, A 点速度 $V_A=8\text{cm/s}$, A 点加速度为零, 试求此瞬间: (1) 连杆 BC 的

O_1B 的角加速度 α_1 。
在 O_1 为 AB 瞬心时

$$= 0.126 \text{ rad/s}$$



$$\therefore \vec{A_2} \vec{A_3} = \vec{A_2} \sin 30^\circ$$

$$a_2^{-1} + a_3^{-1} = a_2 + a_{2k}$$

$$V_{BC} = \frac{V_B}{2L} = \frac{2V_A}{2L} = \frac{V_A}{L}$$

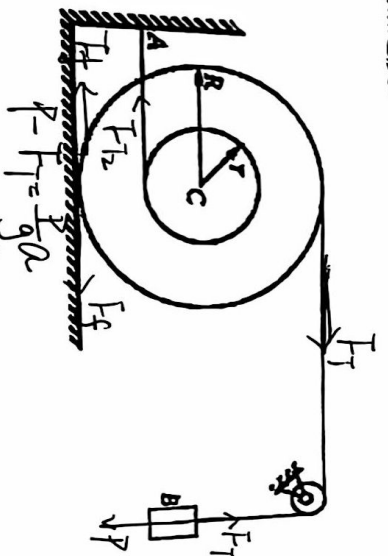
$$\frac{\sqrt{2-100}}{2} = \frac{\sqrt{319}}{2}$$

$$= \sqrt{2L} \left(\frac{V_{A2}}{L} \right)$$

定滑轮, 吊一重物 B , B 重 $P = 400\text{N}$ 。鼓轮与水平面之间的动滑动摩擦系数为 0.4 , 求轮心 C 的加速度。

対B台所:

$$P - \bar{P} = M_B A$$



$$J_\alpha = F_1 R + F_2 R + F_3 R$$

2020-2021 学年第一学期期末考试试卷参考答案

一、判断题(每小题 2 分, 共 20 分)

1、【正解】×

【解析】由前半句话可知该力平行于该轴, 在与之矢面的轴中仍有与力呈 90° 的轴, 故可能等于;

【考试点】 力的分解

2、【正解】√

【解析】可先将这两力平移至矢点合成一个主矢, 并同时产生一个力偶, 由已知条件通过平移能将主矩简化成主矢方向, 此时主矢与主矩组成力螺旋。

【考试点】 力系的简化

3、【正解】√

【解析】将简化后的主矢主矩沿主矢方向任意平移不改变主矢主矩的大小。

【考试点】 力系的简化

4. 【正解】: ×

【解析】: 圆盘作纯滚动时只需满足 $v_c = \omega r$ 即可, 若 $a_c = 0$, 则轨道对圆盘没有静摩擦力。注意: 动力学不用考虑静力学中的滚动摩擦。

【考试点】: 刚体平面运动

5、【正解】×

【解析】若这两点与转轴轴心三点共线就无法确定转轴位置。

【考试点】 速度瞬心

6、【正解】×

【解析】由 $\vec{a}_c = 2\vec{\omega}_c \times \vec{v}_r$ 可得, 只要 ω_c 于 v_r 平行, $a_c = 0$

易得地球赤道上沿经线运动的物体此瞬时 $a_c = 0$ (认为转轴通过南北极点)。

7. 【正解】: ×

【解析】: A 点与 B 点均做定轴转动, 由 $a_A = \frac{v_A^2}{r_A}$, $a_B = \frac{v_B^2}{r_B}$ 可知 $a_A \neq a_B$,

故 AB 板的运动为瞬时平动

【考试点】: 瞬时平动

8、【正解】×

【解析】一质点系得内力可以改变质点系内某一个质点的动量, 但不能改变质点的动量和。

【考试点】 动量定理

9、【正解】×

【解析】 $\vec{M}_I = -m\vec{a} = -m(\vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v})$, 故只有当 $\vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v}$ 等于零时, \vec{a}_c 才等于零。

【考试点】 惯性力系的简化



10、【正解】√

【解析】 $T = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} J_z \omega^2 = \frac{1}{2} m v_o^2 + \frac{1}{2} J_o \omega^2$ (J_z 为该刚体绕瞬心的转动惯量)

【考试点】 平面运动刚体的动能表达式

二、选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

1、【正解】B

【解析】向O点简化, 合力矢=0;

合力矩: $M_{Ox} = -F_3 \cdot a + F_4 \cdot a$; $M_{Oy} = -F_2 \cdot a + F_1 \cdot a$; $M_{Oz} = -F_6 \cdot a + F_3 \cdot a$

【考试点】 空间力系简化

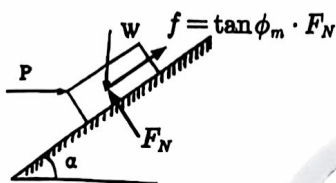
2、【正解】C

【解析】 $v_A = \beta \omega \cdot OA = \omega \sqrt{a^2 + b^2}$

【考试点】 点的运动学

3、【正解】B

【解析】由题知, 加推力才能平衡, 故摩擦力沿斜面向上。

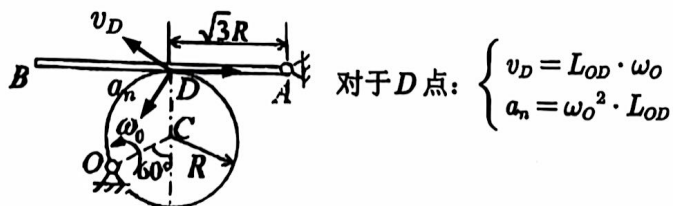


斜面全反力 $= \sqrt{F_N^2 + f^2} = \sqrt{P^2 + W^2}$

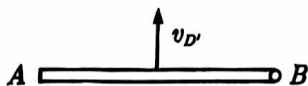
【考试点】 力系平衡, 静摩擦力

4、【正解】B

【解析】



对于D点: $\begin{cases} v_D = L_{OD} \cdot \omega_O \\ a_n = \omega_O^2 \cdot L_{OD} \end{cases}$



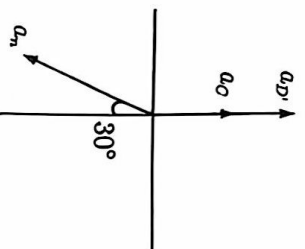
对于AB杆上的D'点:

$$v_{D'} = v_e + v_r$$





$$v_{D'} = \cos 60^\circ v_D, \quad v_r = \sin 60^\circ v_D = \frac{\sqrt{3}}{2} v_D$$

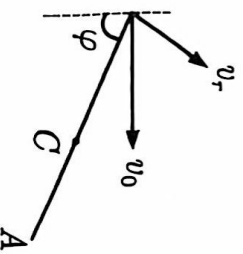
$$\begin{aligned} a_{D'} &= a_e + a_o + a_r = a_n + 2\omega_o \times v_r + a_r \\ a_{D'}^i &= a_{ex} + a_{ox} + a_{rx} = a_n \cos 30^\circ + 2\omega_o \times \frac{\sqrt{3}}{2} v_D + 0 = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega_o^2 L_{OD} \\ \beta &= \frac{a_{D'}^i}{L_{OD}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega_o^2 \end{aligned}$$


【考试点】 点的合成运动

5、【正解】 C

【解析】 圆作纯滚动： $T_1 = \frac{1}{2} J_C \omega^2 + \frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} m r^2 \right) \times \omega^2 + \frac{1}{2} m \times (\omega r)^2 = \frac{3}{4} m r^2 \omega^2$

对于杆：



$$\begin{aligned} v_C &= v_0 + v_r = v_0 + \frac{1}{2} \omega \cdot 2r = v_0 + \omega r \\ v_{Cx} &= v_0 + v_r \cos 60^\circ = \omega r + \frac{1}{2} \omega r \quad v_{Cy} = v_r \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega r \end{aligned}$$

$$v_C^2 = v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2 = 3\omega^2 r^2$$

$$T_2 = \frac{1}{2} J_C \omega^2 + \frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{12} \times \frac{m}{4} \times (4r)^2 \times \frac{\omega^2}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{m}{4} \times 3\omega^2 r^2 = \frac{10}{24} m r^2 \omega^2$$

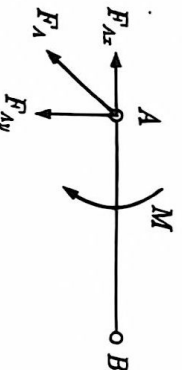
$$T = T_1 + T_2 = \frac{7}{6} m r^2 \omega^2$$

【考试点】 刚体动能的求解

三、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1、【正解】 $\frac{10}{a}$, 水平向左

【解析】 取隔离体：

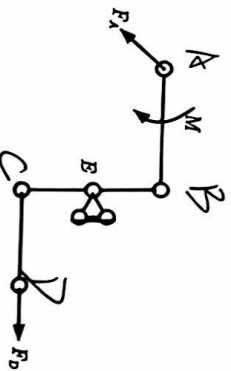




$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow F_A \cdot \sin 45^\circ \cdot AB = M \Rightarrow F_A = \frac{10\sqrt{2}}{a}$$

CD 是二力杆，故 D 处只有水平力。

整体对 B 取矩：



$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow F_A \cos 45^\circ \cdot a + F_A \sin 45^\circ \cdot 0.8a - M + F_D \cdot 0.8a = 0$$

$$\therefore F_D = \frac{M - F_A \cos 45^\circ \cdot a - F_A \sin 45^\circ \cdot 0.8a}{0.8a} = -\frac{10}{a}$$

故 F_D 的大小为 $\frac{10}{a} \text{ kN}$ ，方向向左。

【考试点】 平面任意力系的平衡

2、【正解】 平移：平面

【解析】 对圆心 C 取矩，力矩为 0，不产生角加速度，故作平移运动。

对圆心 C 取矩，有力矩，也有力矢，故作平面运动。

【考试点】 判断刚体运动状态

3、【正解】 $|M_O R\omega - M_B r\omega|$

【解析】 两个圆轮 $v_O = 0$ ，故动量 $mv_O = 0$ 两块物体总动量： $\Sigma Mv_O = M_O R\omega - M_B r\omega$

【考试点】 系统的动量

4、【正解】 $\frac{29}{32} mR^2 \omega$

【解析】 $L_{O\Delta} = J_{\Delta 1} \omega = \left(\frac{1}{2} mR^2 + mR^2 \right) \omega = \frac{3}{2} mR^2 \omega$

$$L_{O\Delta} = J_{\Delta 2} \omega = \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} m \frac{R^2}{4} + \frac{1}{4} m \left(\frac{3}{2} R \right)^2 \right] \omega = \frac{19}{32} mR^2 \omega$$

$$L_O = L_{O\Delta} - L_{O\Delta} = \frac{29}{32} mR^2 \omega$$

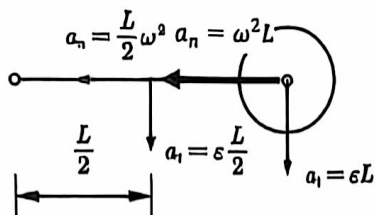
【考试点】 质点系的动量矩

40 + 10 + 24 + 15
50 + 39

5、【正解】：主矢为 $(M + \frac{1}{2}m)L\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$ ；主矩为 $(\frac{1}{3}m + M)\varepsilon L^2$

【解析】：

$$\left(\frac{L}{2}\omega^2 m + \omega^2 L M\right)^2 +$$



OA 杆绕 O 定轴转动，有： $F_1^{no} = ma_n = \frac{1}{2}m\omega^2 L$ 方向水平向右； $F_1^{ro} = ma_t =$

$\frac{1}{2}m\varepsilon L$ 方向竖直向上； $M_1^* = \frac{1}{12}mL^2\varepsilon$ ；

圆盘做平动，有： $F_2^{no} = Ma_n = M\omega^2 L$ 方向水平向右； $F_2^{ro} = Ma_t = M\varepsilon L$ 方向竖直向上； $M_2^* = 0$ ；

把惯性力系向 O 点简化有：主矢为 $(M + \frac{1}{2}m)L\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$ ；主矩为 $M_1^* + M_2^* +$

$$\frac{1}{2}m\varepsilon L \frac{1}{2}L + M\varepsilon LL = (\frac{1}{3}m + M)\varepsilon L^2$$

【考试点】：惯性力系的简化

四、综合题（满分 40 分）

1、【解析】

取整体

$$G_1 = 1800N$$

$$G_2 = 1500N$$

$$G_3 = 1800N$$

由 $\sum F_x = 0$ ，得 $F_{Ax} = 0$

由 $\sum F_y = 0$ ，得 $F_{Ay} = 15.1kN$

由 $\sum M_A(F) = 0$ ，得 $M_A = 68.4kN \cdot m$

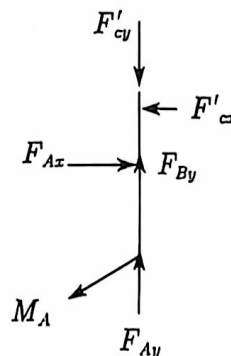
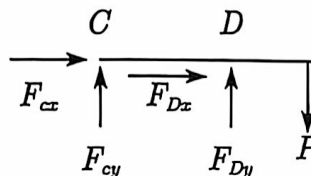
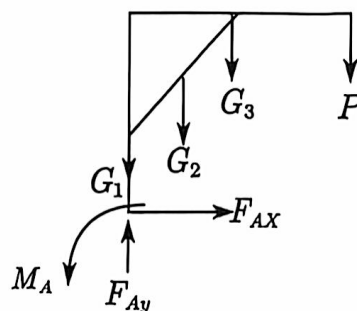
取 CD 研究

由 $\sum M_D(F) = 0$ ，得 $F_{cy} = -5kN$

取 CA 研究

由 $M_B(F) = 0$ ，得 $F'_{cx} = -22.8kN$

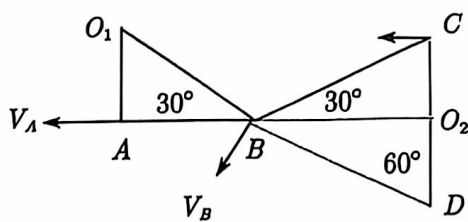
【考试点】 支座力、平面力系



2、【解析】(1) (2)

O_1 为杆 AB 速度瞬心

D 为杆 BC 速度瞬心



$$\therefore W_{AB} = \frac{V_A}{O_1A} = 0.8 \text{ rad/s} \quad (\text{顺时针})$$

$$\therefore V_B = W_{AB} \cdot O_1B = 2V_A = 16 \text{ cm/s} \quad (\text{方向如图})$$

$$\therefore W_{O_1B} = \frac{V_B}{O_1B} = 0.8 \text{ rad/s} \quad (\text{顺时针})$$

$$\therefore W_{BC} = \frac{V_B}{BD} = 0.8 \text{ rad/s} \quad (\text{逆时针})$$

$$\therefore V_C = W_{BC} \cdot CD = V_B = 16 \text{ cm/s} \therefore W_{CO_2} = \frac{V_C}{CO_2} = 1.6 \text{ rad/s} \quad (\text{逆时针})$$

(3) 以 A 为基点，分析 B 点加速度，已知 $a_A = 0$

$$\vec{a}_B^n + \vec{a}_B^t = \vec{a}_{BA}^t + \vec{a}_{BA}^n$$

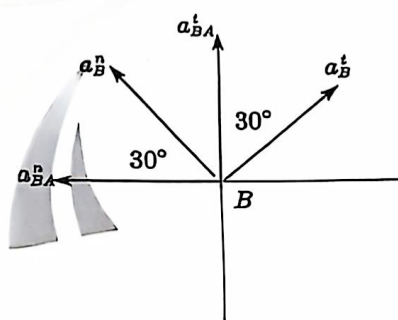
$$a_B^n = W_{O_1B}^2 \cdot O_1B = 0.128 \text{ m/s}^2$$

$$a_{BA}^n = W_{AB}^2 \cdot AB = 0.064\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

$$a_{BA}^t = a_B^n \cos 30^\circ - a_B^t \cos 60^\circ$$

$$\therefore a_{BA}^t = \sqrt{3} a_B^n - 2a_{BA}^n$$

$$\therefore a_B^t = 0, \quad \alpha_1 = 0$$



【考点】 刚体的平面运动；基点法求速度、加速度

3、【解析】分别分析轮和 B

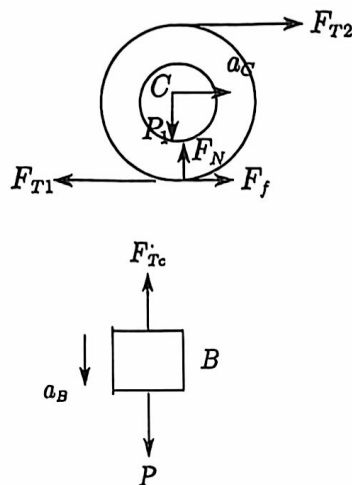
对轮：有刚体平面运动微方程

$$\begin{cases} m_c a_c = Ff + F_{T2} - F_{T1} \\ F_N = P_1 \\ J_c \alpha_c = RFT_2 + rF_{T1} - RFf \end{cases}$$

对重物：由牛顿第三定律

$$P - F_{T2}' = m_B a_B$$

$$J_c = m\rho^2$$





且知:
$$\begin{cases} Ff = P_1 v = 480N \\ J_o = \frac{1200}{10} \times 0.6^2 = 43.2 \\ a_B = (R + r) \alpha_o \\ a_o = \alpha_o \cdot r \end{cases}$$

【考试点】 动量矩定理


联立解得:
$$\begin{cases} \alpha = 2.52\pi \text{ rad/s}^2 (\sim) \\ \alpha_o = 1.512\pi \text{ rad/s}^2 (\rightarrow) \end{cases}$$

66

80×0.8

2019-2020 学年第一学期期末考试试卷

一、判断题

- 1、(~~X~~) 平面任意力系向平面内一点简化，只要主矢 $\bar{R} \neq 0$ 最后为一合力。
- 2、(~~X~~) 在平面任意力系中，若其力多边形自行闭合，则力系平衡。
- 3、(~~X~~) 当某瞬时动点的相对速度不为零，动系的角速度也不为零时，点在该瞬间时的科氏加速度也不为零。
007打印社qq694007007
- 4、(☒) 一个空间力系，总可以用一个力或一个力偶来平衡。
- 5、(☒) 不管质点系作什么样的运动，也不管质点系内各质点的速度，只要知道质点系的总质量和质点系质心的速度，即可求得质点系的动量。
- 6、(~~X~~) 如果作用于质点系上的所有外力对固定点 O 的主矩不为零，质点系的动量矩一定不守恒。
- 7、圆轮作纯滚动时，接触处的滑动摩擦力为最大值(~~X~~)，摩擦力的方向任意假设。(☒)
- 8、(☒) 圆轮沿直线轨道作纯滚动，只要轮心作匀速运动，则轮缘上任意一点的加速度的方向均指向轮心。
- 9、(~~X~~) 在某一瞬时平面图形上各点的速度大小都相等，方向都相同，则平面图形一定作平动，因此各点加速度也相同。
- 10、(☒) 内力不能改变质点系的动能。

二、选择题

- 1、如图所示三铰刚架受力 \bar{F} 作用，则 A 支座反力的大小为 (☒ B)。

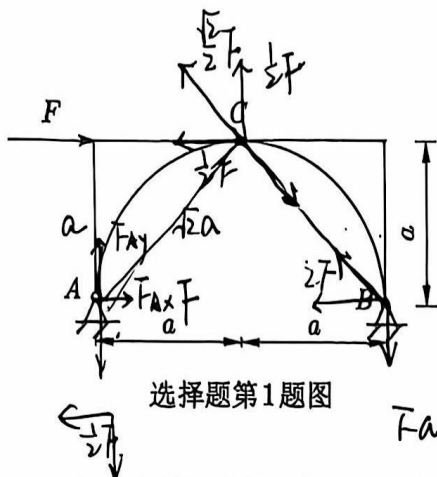
A. $F/2$

B. $F/\sqrt{2}$

C. F

D. $\sqrt{2}F$





选择题第1题图

$$F_a = F_c \cdot \sqrt{2}a$$

$$F_c = \frac{\sqrt{2}}{2} F$$

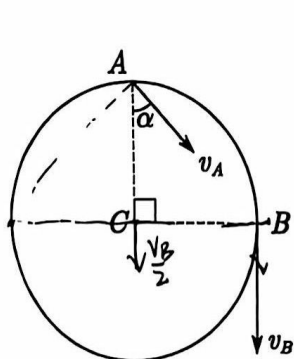
2、已知某点的运动方程为 $s = a + bt$ (a, b 为常数), 则点的轨迹为()。

- A. 直线 B. 曲线 C. 不能确定

3、杆 AB 在光滑的水平面上竖直位置无初速度的倒下, 其质心的轨迹为()。

- A. 圆 B. 椭圆 C. 抛物线 D. 竖直线

4、如图所示半径为 R , 质量为 m 的均质圆盘在其自身平面内作平面运动, 在图示位置时, 若已知图形上 A、B 二点的速度方向如图所示, $\alpha = 45^\circ$ 且知 B 点速度大小为 v_B , 则圆盘的动能为()。



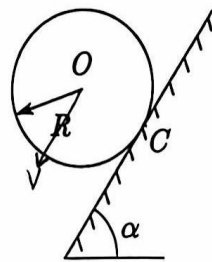
选择题第4题图

$$W = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$J = \frac{1}{2} m R^2$$

$$W = \frac{1}{2} m \cdot \frac{v_B^2}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{v_B^2}{4} \cdot \frac{1}{2} m R^2$$

$$= \frac{3}{16} m v_B^2$$



选择题第5题图

5、一均质圆轮的质量为 m , 半径为 R , 沿倾角为 α 的斜面滚动而无滑动, 已知轮心 O 的速度大小为 v , 则它对斜面上与轮的接触点 C 的动量矩大小 H_C 为()。

- A. $H_C = \frac{1}{2} m R v$ B. $H_C = m R v$ C. $H_C = \frac{3}{2} m R v$ D. $H_C = \frac{5}{2} m R v$

$$J_{O_C} = J_O + m R^2$$

$$= \frac{1}{2} m R^2 + m R^2$$

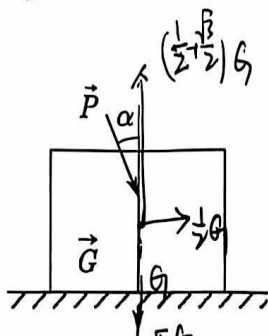
$$= \frac{3}{2} m R^2$$

$$H_C = J_{O_C} \omega = \frac{3}{2} m R^2 \cdot \frac{v}{R} = \frac{3}{2} m R v$$



三、填空题

- 1、如图物块重 G ，受力 P 的作用。 $\alpha = 30^\circ$ ， $G = P$ ，接触面间的摩擦角 $\phi_m = 20^\circ$ 。则物块是否平衡 平衡，并简要说明 合力大于摩擦角

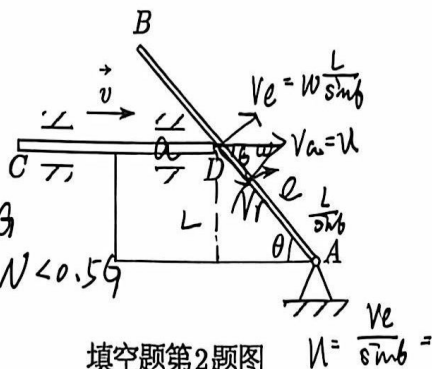


填空题第1题图

$$f = \mu F_N$$

$$\mu = \tan \phi_m$$

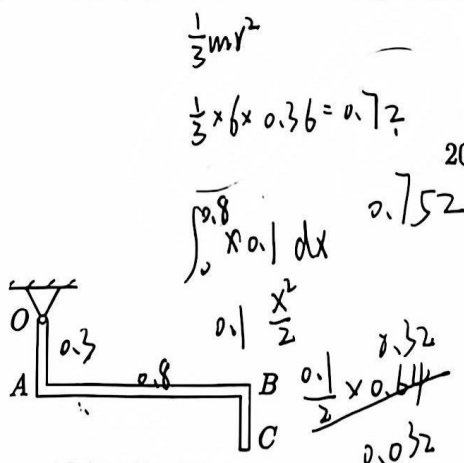
$$f_{max} = 24971N < 0.5G$$



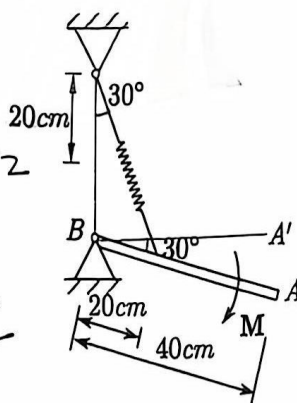
填空题第2题图

- 2、如图，杆 CD 可沿水平槽移动，并推动杆 AB 绕轴 A 转动， L 为常数，图示瞬时 $\theta = 30^\circ$ 时，杆 AB 转动角速度为 ω ，则 CD 杆的速度 u 为 $\frac{\omega L}{\sin \theta}$

- 3、一构件由三段轴线共面且相互垂直的均质细杆组成。已知 OA 和 BC 两段的长度均为 30cm，质量均为 3kg；AB 的长度为 80cm，质量为 8kg，则该构件对 O 轴的转动惯量 J_O 为 $\frac{1}{3}mr^2$ 。



填空题第3题图

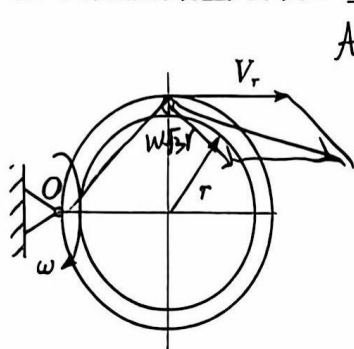


填空题第4题图

- 4、图所示杆 AB 长 40cm，弹簧原长 $L_0 = 20\text{cm}$ ，弹簧常数 $k = 200\text{N/m}$ ，力偶矩 $M = 180\text{N}\cdot\text{m}$ ，当 AB 杆从图示位置运动到水平位置 $A'B$ 的过程中，弹性力所作的功为 ；力偶所作的功为 。



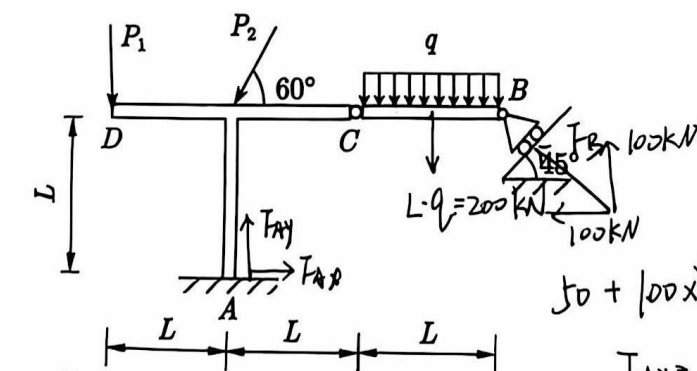
5、在图中，无重圆环内径为 r ，以 ω 绕 O 轴转动，环内一质量为 M 的质点以相对速度 \vec{V}_r 在环内运动，则质点的动量大小为 $P=$ _____，方向在图中画出。



填空题第5题图

四、综合题

1、如图所示平面结构，自重不计，C 处为光滑铰链，已知 $P_1=50\text{kN}$ ， $P_2=100\text{kN}$ ， $q=50\text{kN/m}$ ， $L=4\text{m}$ ，求固定端 A 的反力和支座 B 处的反力。



$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \quad \text{对整体分析}$$

$$\begin{cases} P_1 + P_2 \sin 60^\circ + Lq = F_{Ay} + F_B \cos 45^\circ \\ P_2 \cos 60^\circ + F_B \sin 45^\circ = F_{Ax} \end{cases}$$

对 BC 杆分析

$$\sum M_C(F_i) = 0$$

$$\therefore Lq \cdot \frac{L}{2} = F_B \sin 45^\circ L$$

$$q \cdot 4 \times \frac{4}{2} = F_B \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4$$

$$F_B = \frac{200}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 100\sqrt{2} \text{ N}$$

$$50 + 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 200 = 100 + F_{Ay}$$

$$F_{Ay} = (150 + 50\sqrt{3}) \text{ kN} \quad \text{向上}$$

$$F_{Ax} = \frac{1}{2}P_2 + 100$$

$$= 150 \text{ kN} \quad \text{向右}$$

$$M_A = P_1 L + \frac{P_2}{2} L - Lq \cdot \frac{3}{2} L + F_B \sin 45^\circ \cdot 2L$$

$$= 200 + 200 - 24 \times 50 + 100 \cos 45^\circ \cdot 2L$$

$$= 400 + 1200 - 1200$$

$$= 400 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



2019-2020 学年第一学期期末考试试卷参考答案

一、判断题

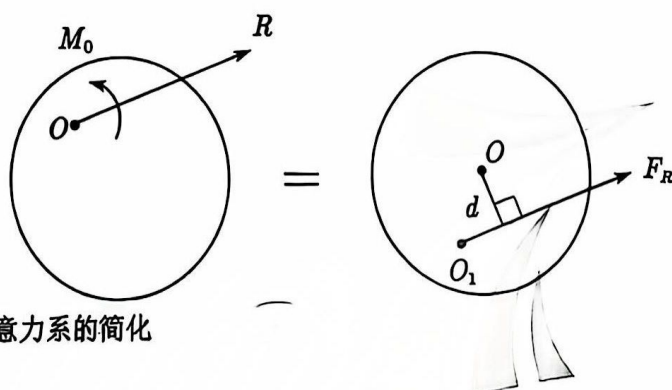
1、【正解】✓

【解析】主矢 $\neq 0$ 时有两种情况：

① 主矩 $M_0 = 0$ ：此时平面任一力系简化最终结果为一个作用于简化中心的合力。

② 主矩 $M_0 \neq 0$ ：此时平面任一力系的简化结果为一个作用于 O' 点的合力，如图，简化

中心到合力矢 F_R 作用线的垂直距离 $d = \frac{|M_0|}{R}$



【考试点】平面任意力系的简化

2、【正解】×

【解析】力的多边形闭合只能说明合力矢为 0，不能说明合力矩为 0

【考试点】平面任意力系的简化，汇交力系

3、【正解】×

【解析】对于平面系统，相对速度方向垂直于角速度， $a_c = 2\omega v_r$ ，如此叙述正确；但对于非平

面系统， $a_c = 2\omega v_r \sin \theta$ ，其中 θ 为 \vec{v}_r 与 $\vec{\omega}$ 的夹角，方向由右手法则判定，当 v_r ，或 $\omega = 0$

或 $\vec{v}_r \parallel \vec{\omega}$ 时， $a_c = 0$

【考试点】科氏加速度定义

4、【正解】×

【解析】当力系的主矢 \vec{F}_R 与主矩 \vec{M}_0 不垂直时，即力系的第二不变量不为零时，简化结果为力螺旋。

【考试点】一般力系的最简形式



5、【正解】✓

【解析】质点系的动量的简洁表达式为 $\vec{p} = m\vec{v}_c$ ，等于想象地将质点系的质量都集中于质心时质心的动量。

【考试点】 动量原理中质点系的动量定义

6、【正解】×

【解析】质点系的动量矩守恒定律有四种情况：

1. 作用于质点系上的外力系对固定点主矩恒为 0
 2. 作用于质点系上的外力系对质心主矩恒为 0
 3. 作用于质点系上的外力系对某一固定直角坐标系的坐标轴的矩恒为 0
 4. 作用于质点系上的外力系对质心平移直角坐标系的坐标轴的矩恒为 0
- 题中只说了 1 种情况，因此错误。

【考试点】 质点系和动量守恒定律

7、【正解】×，✓

【解析】①纯滚动时能维持平衡的实际摩擦力大小满足 $|F_f| \leq F_{f_{\max}}$ ，不一定为最大值。

②静摩擦力的方向可由滑动趋势判断，也可先假设再由平衡方程求出代数值后由正负号判定假设是否正确。

【考试点】 静摩擦力

8、【正解】：✓

【解析】：由圆心做匀速运动可知 $a_c = \alpha r = 0$ ，则 $\alpha = 0$ ，则轮缘上任意一点的加速度均为 $a = a_o$ ，方向均指向轮心

【考试点】：加速度

9、【正解】×

【解析】各点速度大小相同时，若存在角加速度，各点加速度不同，错误。

【考试点】 刚体的平面运动

10、【正解】×

【解析】非保守内力，如摩擦力可以改变质点系动能。

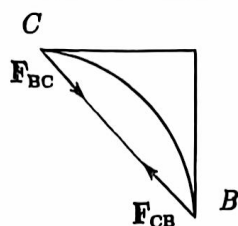
【考试点】 动能定理



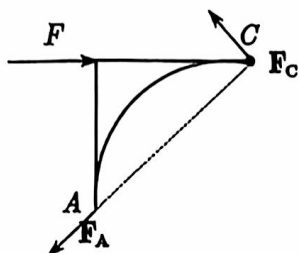
二、选择题

1、【正解】B

【解析】先考虑 BC，由题可知 BC 相当于二力杆，C 处力的方向沿 BC 方向，如图



再考虑左半部：三力汇交，如图，交点为 C 点，



由几何关系 F_{AC} ， F_{CA} 的水平分量只能向左且大小相等

大小为 $\frac{1}{2}F$ ，因此 $F_A = \frac{\sqrt{2}}{2}F$ ，B 正确。

【考试点】 力的平衡

2、【正解】C

【解析】运动方程对时间求导只能看出速度大小，不能看出速度方向，C 正确。

【考试点】 运动学基础

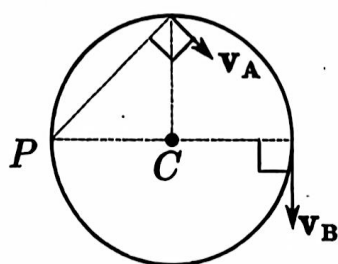
3、【正解】D

【解析】杆受重力和支持力，无水平方向力，只有竖直方向加速度。

【考试点】 动力学

4、【正解】 $\frac{3}{16}mv_B^2$

【解析】分别作 V_A 、 V_B 的垂线，交点为速度瞬心 P，如图，



$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} J_P \omega^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m R^2 + m R^2 \right) \left(\frac{v_B}{2R} \right)^2 \\ &= \frac{3}{16} m v_B^2 \end{aligned}$$

【考试点】 速度瞬心法

5、【正解】C

【解析】纯滚，速度瞬心为 C，角速度 $\omega = \frac{V}{R}$ ，圆轮对 C 点动量矩为





$$L_O = J_O \omega = \left(\frac{1}{2} m R^2 + m R^2 \right) \frac{V}{R} = \frac{3}{2} m R v, \text{ 选 C}$$

【考试点】 定轴转动刚体的动量矩

三、填空题

1、【正解】平衡，见解析

【解析】 $f_s = \tan \phi_m = \tan 20^\circ$, $F_{f\max} = f_s \cdot F_N$

$$F_N = P \cos \alpha + G = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \right) G$$

$$F_{f\text{静}} = P \sin \alpha = \frac{1}{2} G$$

$$F_{f\max} = \tan 20^\circ \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) G \approx 0.78 G > \frac{1}{2} G$$

因静摩擦力小于最大静摩擦力，因此平衡。

【考试点】 摩擦角的定义

2、【正解】 $4\omega L$

【解析】取杆 CD 上的点 D 为动点，动系：与杆 AB 固连，如图：

$$\text{其中 } V_e = \omega AD = 2\omega L, \quad V_o = u$$

$$\text{根据速度合成定理, } \vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$$

$$\text{则 } V_o = \frac{V_e}{\sin 30^\circ} = 4\omega L$$

因此 CD 杆的速度 u 为 $4\omega L$ (\rightarrow)

【考试点】 点的速度合成定理

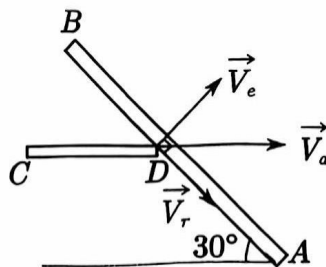
3、【正解】 $2.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

【解析】 $J_O^{AB} = \frac{1}{3} \times 3 \times (0.3)^2 = 0.09 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 取 AB 质心为 C_1 ,

$$\text{BC 质心为 } C_2 \quad OC_1 = 0.5 \text{ m} \quad OC_2 = \sqrt{(0.8)^2 + (0.3 + 0.15)^2} = 0.92 \text{ m}$$

$$J_O^{AB} = \frac{1}{12} \times 8 \times (0.8)^2 + 8 \times (OC_1)^2 = 2.43 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$J_O^{BC} = \frac{1}{12} \times 3 \times (0.3)^2 + 3 \times (OC_2)^2 = 0.28 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



$$J_0 = 0.09 + 2.43 + 0.28 = 2.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

【考点】 转动惯量，平行轴定理

、【正解】 -1.46J, 94.3J

【解析】 弹簧初始形变量 $\lambda_1 = 20\sqrt{2} - 20 = 8.28 \text{ cm}$

终了形变量 $\lambda_2 = 20\sqrt{3} - 20 = 14.64 \text{ cm}$

弹簧力做功 $W_{12} = \frac{1}{2}k(\lambda_1^2 - \lambda_2^2)$

$$= \frac{1}{2} \times 200 \times [(8.28 \times 0.01)^2 - (14.64 \times 0.01)^2] = -1.46 \text{ J}$$

力偶矩做功 $W = M\theta = 180 \times 30 \times \frac{\pi}{180} = 94.3 \text{ J}$

【考点】 力的功

、【正解】 $MV_r \vec{i} + M\omega r \vec{i} + M\omega r \vec{j}$ ，方向如图，

【解析】 如图

$$V_c = \omega r \vec{i} + \omega r \vec{j}$$

$$V_r = V_r \vec{i}$$

$$\vec{P} = [(V_r + \omega r) \vec{i} + \omega r \vec{j}] \cdot M$$

$$= MV_r \vec{i} + M\omega r \vec{i} + M\omega r \vec{j}，\text{方向如图}$$

【考点】 动量，速度合成定理

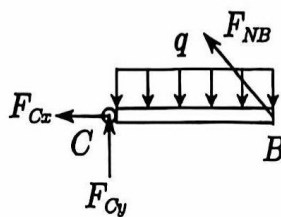
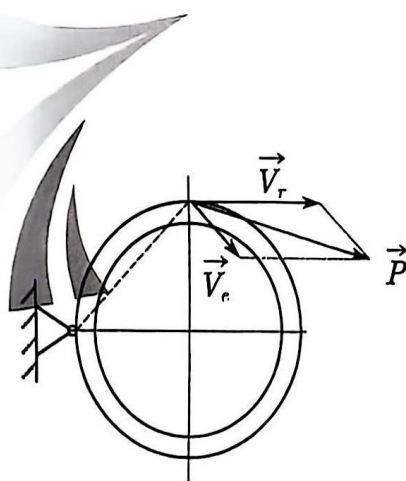
¶、综合题

、【解析】 取 BC 为研究对象， F_{NB} 垂直坡

$$Q = ql = 4 \times 50 = 200 \text{ kN}$$

$$\sum M_O = 0$$

$$Q \cdot \frac{1}{2}l - F_{NB} \cdot l \sin 45^\circ = 0 \quad \Rightarrow F_{NB} = 141.42 \text{ kN}$$



取整体为研究对象

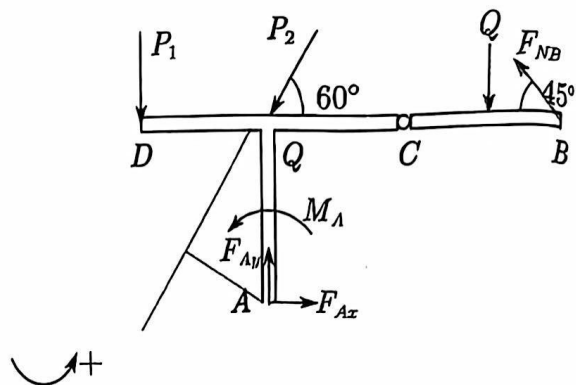
$$\sum F_x = 0:$$

$$-P_2 \cos 60^\circ - F_{NB} \cos 45^\circ + F_{Ax} = 0 \quad ①$$

$$\sum F_y = 0:$$

$$-P_1 - P_2 \sin 60^\circ - Q + F_{NB} \sin 45^\circ + F_{Ay} = 0 \quad ②$$

$$\sum M_A = 0$$



$$P_1 l + P_2 l \cos 60^\circ + M_A - Q \left(l + \frac{1}{2} l \right) + F_{NB} \cos 45^\circ l + F_{NB} \sin 45^\circ (l + l) = 0 \quad ③$$

联立①②③ 可解出 $F_{Ax} = 150 \text{ kN}$, $F_{Ay} = 150 + 50\sqrt{3} \text{ kN}$, $M_A = -400 \text{ kN} \cdot \text{m}$

【考试点】 力系的平衡



2018-2019 哈尔滨工程大学试卷

考试科目：理论力学

一、判断题（共 10 道题，每题 2 分）

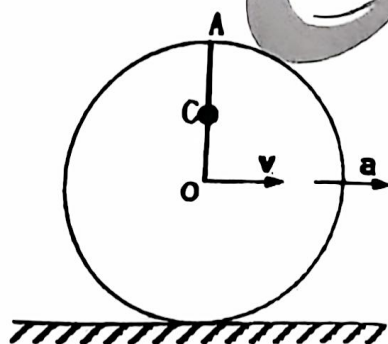
- 1、() 2、() 3、() 4、() 5、()
6、() 7、() 8、() 9、() 10、()

二、选择题（共 5 道题，每题 4 分）

- 1、() 2、() 3、() 4、() 5、()

三、填空题（共 5 道题，每题 4 分）

- 1、(); ()
2、(); ()
3、(); ()
4、();
5、()



一、判断题（共 10 道题，每题 2 分，填鞋“对”或“错”）

1、~~(X)~~ 某一平面力系，如其力多边形不封闭，则该力系一定有合力，合力作用线与简化中心的位置无关。

2、~~(X)~~ 某空间力系由两个力构成，此二力既不平行，又不相交，则该力系简化的最后结果必为力螺旋。

3、~~(X)~~ 一个力沿任一组坐标轴分解所得的分力的大小和这力在该坐标轴上的投影的大小相等。

4、~~(X)~~ 惯性力系的主矢与简化中心的选择无关，主矩与简化中心的选择无关。

5、~~(X)~~ 在实际问题中，既存在加速度为零而速度不为零的情况，也存在加速度不为零而速度为零的情况。

6、~~(X)~~ 如果刚体上每一点轨迹欧式圆曲线，这刚体一定作定轴转动。

7、~~(X)~~ 用合成运动的方法分析点的运动时，若牵连角速度 $\omega_e \neq 0$ ，相对速度 $v_r \neq 0$ ，则一定有不为零的科氏加速度。

8、~~(X)~~ 质点的速度方向，就是质点上所受合力的方向。

9、~~(X)~~ 质点系中各质点都处于静止时，质点系的动量为零。于是可知如果质点系的动量为零，则质点系中各质点必须静止。

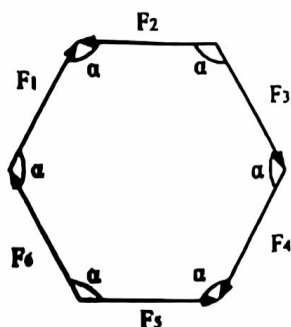
10、~~(X)~~ 当质点系从第一位置运动到第二位置时，质点系动能的改变等于所有作用于质点系的外力的功的和。

二、选择题（共 5 道题，每题 4 分）

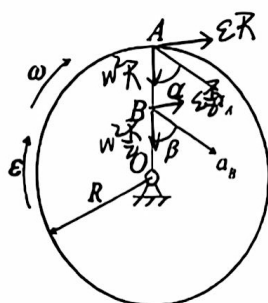
1、一个刚体受力平面力系 $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \vec{F}_5, \vec{F}_6$ 作用，其力矢关系为如图所示的正六边形，由此可知 ~~(B)~~



- A、若该力系为汇交力系，则刚体不平衡。
 B、若该力系为汇交力系，则刚体必平衡。
 C、若该力系为力偶系，则刚体必平衡。
 D、若该力系为任意力系，则刚体必平衡。



选择题第 1 题图



选择题第 2 题图

2、如图所示的圆半径为 R ，绕过点 O 的中心轴作为定轴转动，其角速度为 ω ，角加速度为 ϵ 。记同一半径上两点 A 、 B 的加速度分别为 a_A, a_B ($OA = R, OB = R/2$)，它们与半径的夹角分别为 α, β 。则 a_A, a_B 的大小关系， α, β 的大小关系，正确的是

(B)

A、 $a_A = 2a_B, \alpha = 2\beta$

B、 $a_A = 2a_B, \alpha = \beta$

C、 $a_A = a_B, \alpha = 2\beta$

D、 $a_A = a_B, \alpha = \beta$

3、图中一根不能伸长的绳子绕过不计重量的定滑轮，绳的一端悬挂五块 A ，另一端有一个与物块同重的人从静止开始沿绳子向上爬，其相对速度为 u ，则 A 物块 (A)。

A、向上运动

B、不动

C、向下运动

D、不能确定

4、如图所示各构件的质量均为 m ， OA 杆以匀角速度 ω 绕 O 轴转动，则该机构的动能为 $T =$ (B)。

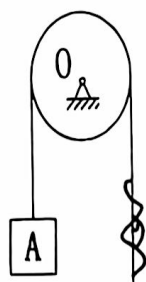
A、 $mr^2\omega^2$

B、 $\frac{5}{6}mr^2\omega^2$

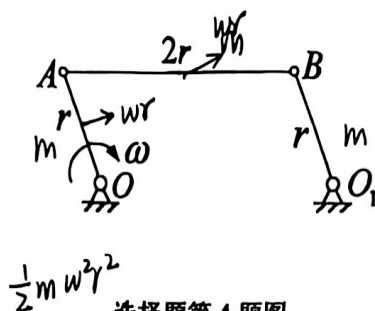
C、 $\frac{7}{12}mr^2\omega^2$

D、 $\frac{3}{2}mr^2\omega^2$





选择题第3题图



选择题第4题图

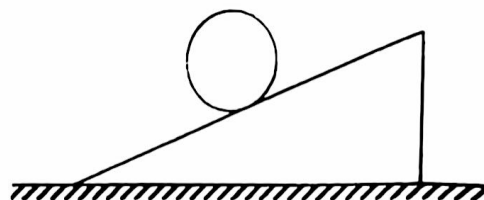
5、图示三棱柱重 P ，放在光滑的水平面上，重 Q 的匀质圆柱体静止释放后沿斜面作纯滚动，则系统在运动过程中 (C)

A、动量守恒，机械能守恒。

~~B、沿水平方向动量守恒，机械能不守恒。~~

C、沿水平方向动量守恒，机械能守恒。

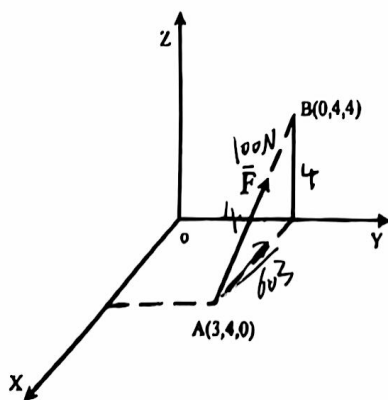
~~D、均不守恒。~~



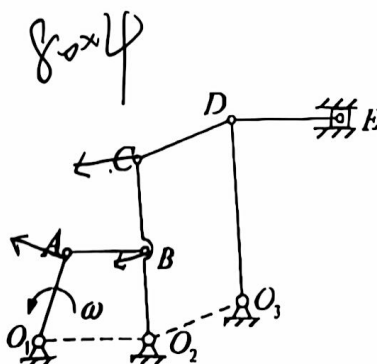
三、填空题（共5道题，每题4分）

1、力 \vec{F} 通过 $A(3, 4, 0)$, $B(0, 4, 4)$ 两点（长度单位为米），若 $F=100\text{N}$ ，则该力在 x 轴上的投影为 (-60N) ，对 x 轴的矩为 $(20\text{N}\cdot\text{m})$ 。

2、图中， $O_2C=O_3D$, $O_2O_3=CD$ ， AB 杆作（平动），杆作（平动）。



填空题第1题图

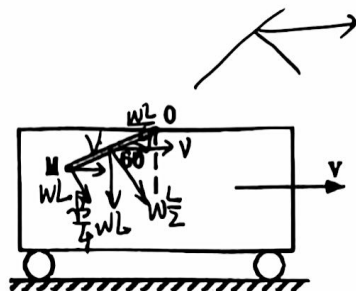


填空题第2题图

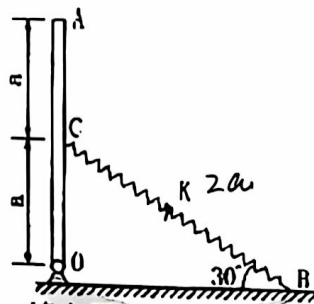


3、小球 M 重 Q ，固定在一根长为 L 重为 P 的匀质细杆上，杆的另一端铰接在以 v 运动的小车的顶板上，杆 OM 以角速度 ω 绕 O 轴逆时针转动，则图示瞬间杆的动量的大小为 $\frac{1}{2} \sqrt{(v + \frac{\omega L}{2})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2} \omega L)^2}$

4、如图所示匀质杆的重量为 P ，长 $2a$ ，无重弹簧的刚度系数为 K ，原长为 a ，则系统在图示位置的势能 $V = (\frac{1}{2} K a^2 + P a)$

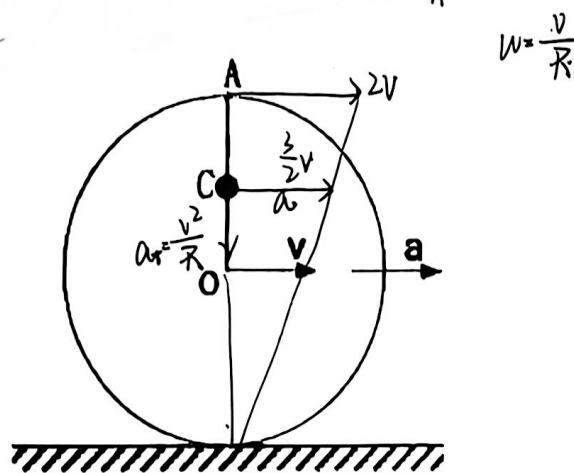


填空题第 3 题图



填空题第 4 题图

5、半径为 R 的圆盘沿水平地面作纯滚动。一质量为 m ，长为 R 的匀质杆 OA 如图固结在圆盘上，当杆处于铅垂位置瞬时，圆盘圆心有速度 v ，加速度 a 。则图示瞬时，杆 OA 的惯性力系向杆中心 C 简化的结果为 $(\sqrt{\frac{v^2}{R^2} + a^2}) \cdot a^2$



哈尔滨工程大学试卷

考试科目：理论力学 标准答案及评分标准

一、判断题（每题 2 分，共 10 道题）

- 1、错 2、对 3、错 4、错 5、对
6、错 7、错 8、错 9、错 10、错

二、选择题

1. B

只有汇交力系满足矢量封闭时才会平衡。

考点：平面汇交力系

2. B

$$a_A^n = \omega^2 \cdot R; a_B^n = \omega^2 \cdot \frac{R}{2}$$

$$\therefore a_A^n = 2a_B^n$$

$$\text{又 } a_A^r = \varepsilon \cdot R; a_B^r = \varepsilon \cdot \frac{R}{2}$$

$$\therefore a_A^r = 2a_B^r$$

$$\therefore a_A = 2a_B, \alpha = \beta = \arctan \frac{\varepsilon}{\omega^2}$$

考点：全加速度

3. A

系统对转轴O角动量守恒

$$r \cdot m_A \cdot v_A = r \cdot m_A \cdot v_A$$

$\therefore A$ 物块向上运动

考点：角动量守恒

4. B

$$T_{OA} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} mr^2 \right) \cdot \omega^2 = \frac{1}{6} mr^2 \omega^2$$

$$T_{OB} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} mr^2 \right) \cdot \omega^2 = \frac{1}{6} mr^2 \omega^2$$

$$T_{AB} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\omega \cdot r)^2 = \frac{1}{2} mr^2 \omega^2$$

$$T = T_{OA} + T_{OB} + T_{AB} = \frac{5}{6} mr^2 \omega^2$$

考点：动能求解



5. C

·系统水平方向合外力为0

∴ 水平方向动量守恒

又 系统无摩擦，只有重力做功

∴ 机械能守恒

三、填空题

1. -60N; 320Nm

$$F_x = -F \times \frac{3}{5} = -60N$$

$$m_0 \left(\vec{F} \right) = \frac{4}{5} F \times 4 = 320N \cdot m$$

考点：空间力矩

2. 平面运动：平动

考点：运动形式的判断

$$3. \frac{P}{g} \sqrt{\frac{1}{4} \omega^2 L^2 + v^2} + \frac{1}{2} \omega L v; \frac{Q}{g} \sqrt{\omega^2 L^2 + v^2 + \omega L v}$$

对于杆的质心C

$$v_c^r = \frac{1}{2} \omega L$$

$$v_c^e = v \rightarrow$$

$$v_c = \sqrt{v_c^{r^2} + v_c^{e^2} - 2v_c^r v_c^e \cdot \cos 120} = \sqrt{\frac{1}{4} \omega^2 L^2 + v^2 + \frac{1}{2} \omega L v}$$

$$p_H = \frac{P}{g} \cdot v_c = \frac{P}{g} \cdot \sqrt{\frac{1}{4} \omega^2 L^2 + v^2 + \frac{1}{2} \omega L v}$$

对于球M

$$v_M^r = \omega L$$

$$v_M^e = v$$

$$v_M = \sqrt{v_M^{r^2} + v_M^{e^2} - 2v_M^r v_M^e \cdot \cos 120} = \sqrt{\omega^2 L^2 + v^2 + \omega L v}$$

$$p_H = \frac{Q}{g} \cdot v_M = \frac{Q}{g} \sqrt{\omega^2 L^2 + v^2 + \omega L v}$$

考点：动量求解

$$4. Pa + \frac{1}{2} ka^2$$



$$v_{\text{重力}} = Pa$$

$$v_{\text{弹簧}} = \frac{1}{2}ka^2$$

$$v = Pa + \frac{1}{2}ka^2$$

考点：势能求解

$$5. \quad |F_g| = \frac{3}{2}ma; |M_g| = \frac{1}{12}maR$$

$$|F_g| = \frac{3}{2}ma; |M_g| = \frac{1}{12}maR$$

$$|F_g| = m \cdot \frac{3}{2}a \text{ 方向水平向左}$$

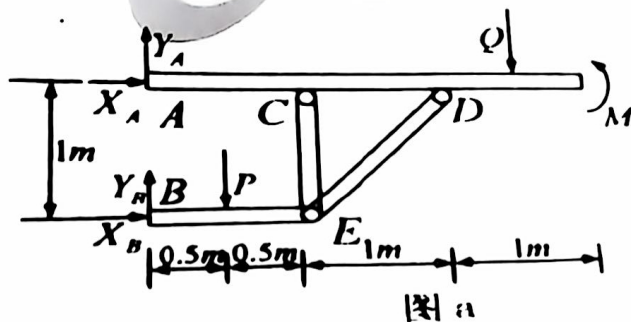
$$|M_g| = \frac{1}{12}mR^2 \frac{a}{R} = \frac{1}{12}maR \text{ 方向逆时针}$$

考点：惯性力系的简化

四、综合题

1、在下图所示系统中，已知 $q=5\text{kN/m}$ ， $P=20\text{kN}$ ， $M=20\text{kN}\cdot\text{m}$ ，求支座 A 和 B 的约束反力及杆 CE 与 DE 的内力（杆重不计，C、D、E 为铰接）。

解：首先以整体为研究对象，画出受力图，如图 a 所示。



$$Q = q \times 1 = 5kN$$

$$\sum X = 0, X_A + X_B = 0 \quad (1) \quad 1 \text{ 分}$$

$$\sum Y = 0, Y_A + Y_B - P - Q = 0 \quad (2) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\sum m_A(F_i) = 0, X_B \times 1 + M - Q \times 2.5 - P \times 0.5 = 0 \quad (3) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{得 } X_B = 2.5kN, X_A = -2.5kN$$

以 BE 杆为研究对象，受力如图 b 所示，建立平衡方程：

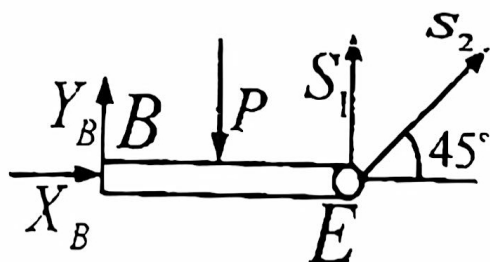


图 b

$$\sum X = 0, S_2 \cos 45^\circ + X_B = 0 \quad (4) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\sum m_E(F_i) = 0, P \times 0.5 - Y_B \times 1 = 0 \quad (5) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\text{得 } S_2 = -\frac{X_B}{\cos 45^\circ} = -\frac{5}{\sqrt{2}} kN = -3.53kN(\text{压}) \quad Y_B = 10kN$$

$$\sum Y = 0, Y_B - P + S_1 + S_2 \sin 45^\circ = 0 \quad (6) \quad 2 \text{ 分}$$

由式 (2)，得 $Y_A = 15kN$

$$\begin{cases} X_A = -2.5kN \\ Y_A = 15kN \end{cases}, \begin{cases} X_B = 2.5kN \\ Y_B = 10kN \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1 = 12.5kN \\ S_2 = -\frac{5\sqrt{2}}{2} kN = -3.53kN \end{cases} \quad \text{结果 1 分}$$

2、如图所示平面机构由 OA，AB，BD 和 EC 杆及滑块 C 连接而成。已知：杆转动角速度 ω 为常量， $OA=b$ ， $BD=2L$ 。当 $OA \perp AB$ 时， $BD \parallel OA$ ， $BC=CD$ ， $\theta = 60^\circ$ 。

试求图示瞬时的杆 CE 的角速度 ω_{CE} 和杆 BD 的角加速度 α_{BD} 。



解：如图所示，研究 AB，它作瞬时平动

$$v_A = v_B = b\omega$$

$$\omega_{AB} = 0$$

以 A 为基点有

$$a_B^n + a_B^r = a_A + a_{BA}^r$$

向 AB 方向投影

$$a_B^r = 0$$

$$\therefore \alpha_{BD} = 0$$

以滑块 C 为动点，动系固连于 BD，有

$$v_C = v_e + v_r$$

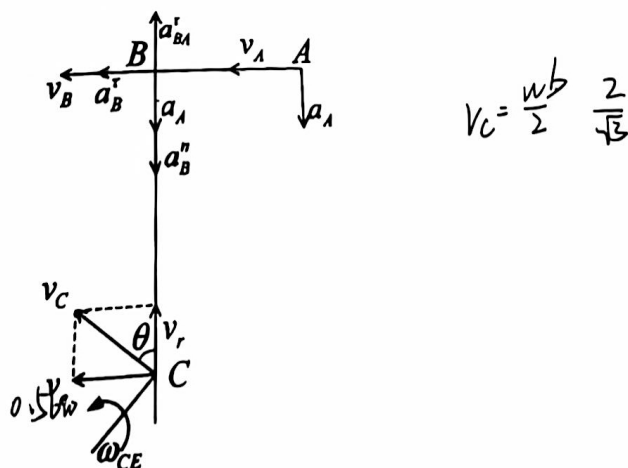
$$\text{其中 } v_e = 0.5v_B = 0.5b\omega$$

由图中的几何关系得

$$v_C = \frac{v_e}{\sin \theta} = \frac{1}{2}b\omega \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}b\omega$$

故 CE 的角速度

$$\omega_{CE} = \frac{v_e}{CE} = \frac{\sqrt{3}b\omega}{3} \cdot \frac{\sin \theta}{L} = \frac{b\omega}{2L} \quad (\text{逆时针})$$



求解角速度和角加速度各 7 分。



3、匀质圆柱体 A 和 B 的质量均为 m ，半径均为 r ，一细绳在绕固定轴 O 转动的圆柱 A 上，绳的另一端绕在圆柱 B 上，直线绳段铅垂，如图所示。摩擦不计。

求：(1) 圆柱体 B 下落时质心的加速度；(2) 若在圆柱体 A 上作用一逆时针转向，矩为 M 的力偶，试问在什么条件下圆柱体 B 的质心加速度将向上。

解：对 A 轮，有 $\frac{1}{2}mr^2a_A = rF_{T1}$

对 B 轮，有 $ma = mg - F'_{T1}$

$$\frac{1}{2}mr^2a_B = rF'_{T1}$$

轮心 B 的加速度 $a = ra_A + ra_B$

解得 $a = \frac{4}{5}g$ 7 分

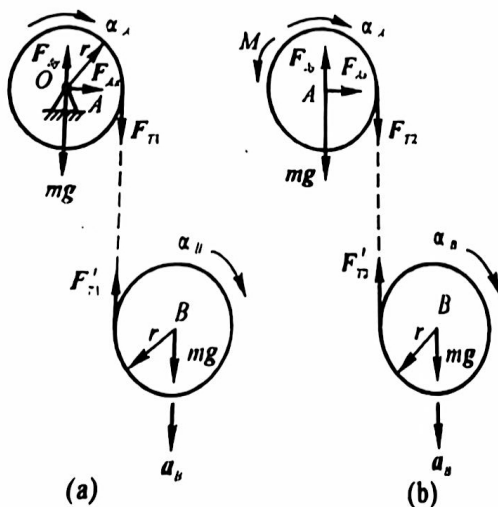
对 A 轮，有 $\frac{1}{2}mr^2a_A = M + rF_{T2}$

对 B 轮，有 $ma_B = mg - F'_{T2}$

$$\frac{1}{2}mr^2a_B = rF'_{T2}$$

有 $a_B = ra_A + ra_B (a_A \neq a_B)$

令 $a_B < 0$, 得 $M > 2mgr$ 7 分



2017-2018 学年第一学期期末考试试卷

一、判断题(共 20 分, 每小题 2 分, 共 10 题)

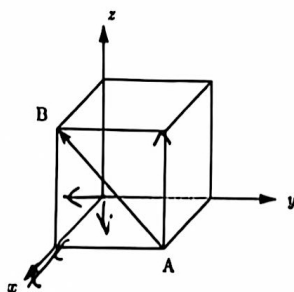
- 1、作用在同一个物体上的两个力, 使物体处于平衡的必要和充分条件是: 这两个力大小相等、方向相反、沿同一条直线. (✓)
- 2、只要两个力大小相等、方向相反, 两力就组成一力偶. (X)
- 3、在平面任意力系中, 若其力多边形自行闭合, 则力系平衡. (X)
- 4、在有摩擦的情况下, 全反力与法向反力之间的夹角称为摩擦角. (X)
- 5、若动点在某瞬时的速度等于零, 则该瞬时法向加速度必为零. (✓)
- 6、物体绕定轴转动的角加速度 α 为正时则作加速转动, α 为负时作减速转动. (X)
- 7、动系相对于静系运动的速度称为牵连速度. (✓) $V_a = V_e + V_r$
- 8、质量相同的两个质点, 在相同的力的作用下运动, 则这两个质点的轨迹相同. (X)
- 9、若平面运动刚体所受外力系对质心的主矩为零, 刚体只能平动. (X)
- 10、应用质点动静法, 凡是运动着的质点都应加惯性力. (✓)

二、选择题 (共 20 分, 每小题 4 分, 共 5 题)

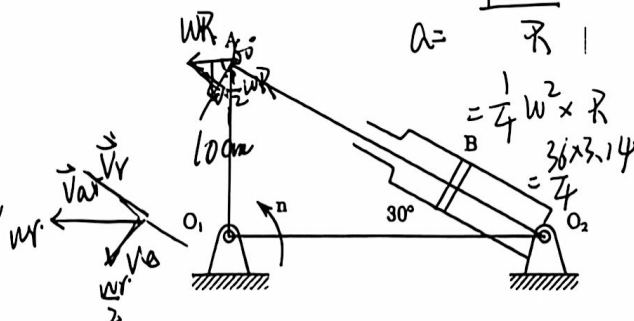
- 1、在正立方体的前侧面沿 AB 方向作用一力 \vec{F} , 则该力 (B)
 - A、对 x, y, z 轴之矩全等
 - B、对三轴之矩全不等
 - C、对 x, y 轴之矩相等
 - D、对 y, z 轴之矩相等

- 2、提式气缸的曲柄 O_1A 绕 O_1 轴朝逆时针向匀速转动, 活塞 B 在气缸内滑动, 从而带动气缸绕 O_2 轴摆动 (如图所示)。一直曲柄长 $O_1A = R = 10\text{cm}$, 其转速 $n = 300\text{rpm}$, 则在图示位置时气缸的角加速度大小为 ()。

- A、 $\epsilon = 213.68\text{rad/s}^2$ B、 $\epsilon = 427.37\text{rad/s}^2$ C、 $\epsilon = 642.35\text{rad/s}^2$



选择题第 1 题图



选择题第 2 题图



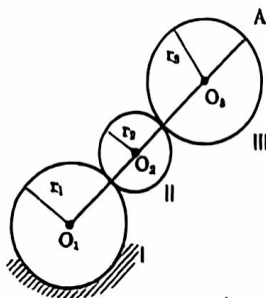
3、如图所示的轮系中，曲柄 O_1O_3 以匀角速度 ω_0 绕定轴 O_1 朝逆时针转动，轮I固定不动，齿轮I、II、III的半径分别用 r_1 、 r_2 、 r_3 表示，已知 $r_1 = 2r_2 = r$ ，则齿轮III上A点的速度大小 v_A 为(C)。

A、 $v_A = 1.5r\omega_0$

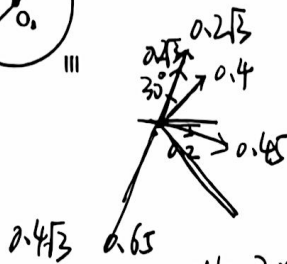
B、 $v_A = 2.5r\omega_0$

C、 $v_A = 3r\omega_0$

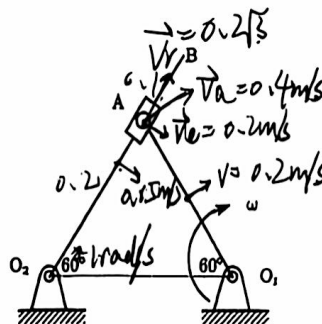
D、 $v_A = 4.5r\omega_0$



选择题第3题图



$\omega_{II} = 2 \times 0.2$
 $\omega_{III} = 0.25$



选择题第4题图

$v_A = 0.2 \text{ m/s}$
 $v_B = 0.4 \text{ m/s}$

4、均质杆 O_1A 的质量为2kg，长为20cm，其A端与质量为1kg的套筒A铰接，套筒A可沿 O_2B 杆滑动，均质杆 O_2B 的质量为3kg，长为30cm。在图示位置时， O_1A 杆转动的角速度 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ ， O_1A ， O_2B 两杆与水平线所夹角均为 60° ，此时，该机构的动量大小K为(D)。

A、 $K = 1.217 \text{ N} \cdot \text{s}$

mV

B、 $K = 1.25 \text{ N} \cdot \text{s}$

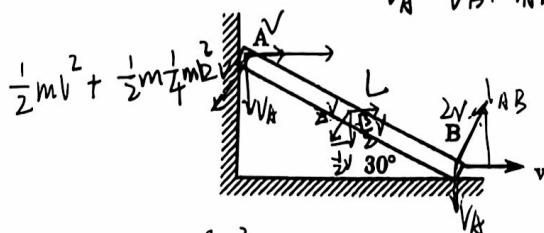
C、 $K = 1.587 \text{ N} \cdot \text{s}$

D、 $K = 1.097 \text{ N} \cdot \text{s}$

5、已知匀质杆长为L，质量为m，端点B的速度为v，则杆的动能为(D)。

$V_A = V_B + V_{AB}$

$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{AB}$



A、 $\frac{1}{3}mv^2$

B、 $\frac{1}{2}mv^2$

C、 $\frac{2}{3}mv^2$

D、 $\frac{4}{3}mv^2$

$J = \frac{1}{3}mL^2$

$\frac{1}{2}J\omega^2$

$\omega = \frac{2v}{L}$

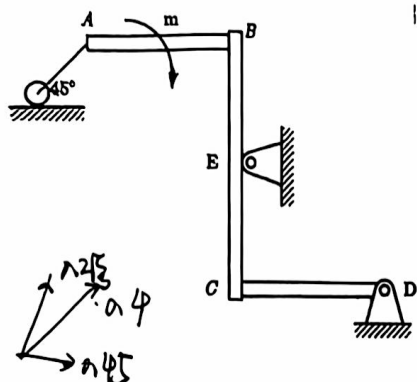
$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}mL^2 \cdot \left(\frac{2v}{L}\right)^2 = \frac{2}{3}mv^2$



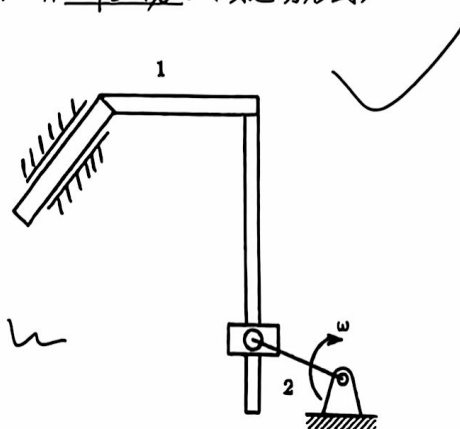
三、填空题 (共 20 分, 每小题 5 分, 4 题)

1、杆 AB、BC、CD 用铰 B、C 连结并支撑如图, $AB = CD = 1m$, $BC = 2m$, 受矩为 $M = 10KN \cdot m$ 的力偶作用, 不计各杆自重, 则支座 D 处反力大小为_____, 方向_____。

2、如图所示机构中, 刚体 1 作平动刚体 2 作转动。(填运动形式)

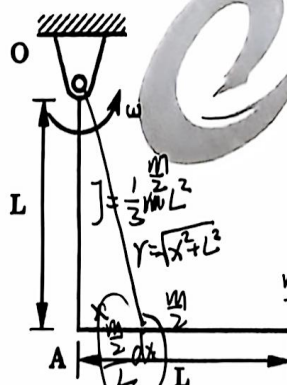


填空题第 1 题图

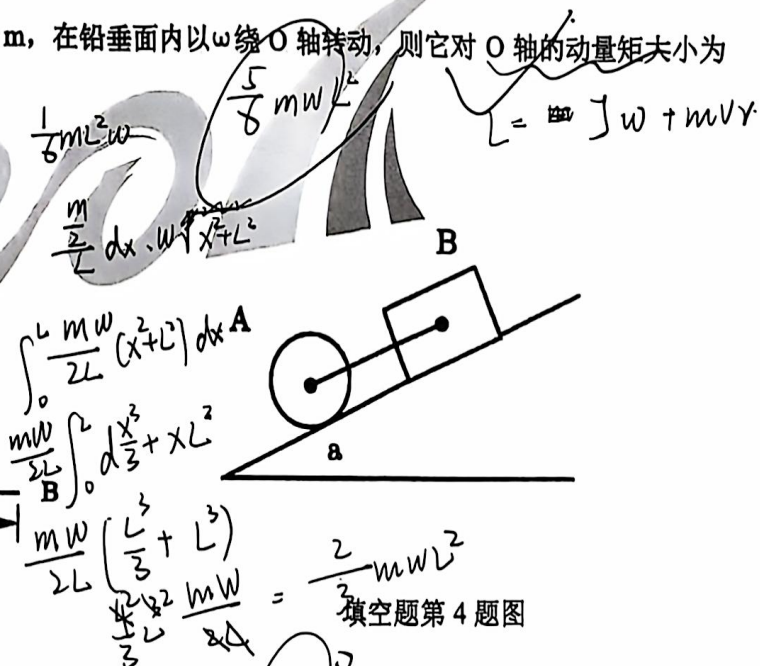


填空题第 2 题图

3、图中均质 L 形刚性杆的质量为 m , 在铅垂面内以 ω 绕 O 轴转动, 则它对 O 轴的动量矩大小为_____。



填空题第 3 题图



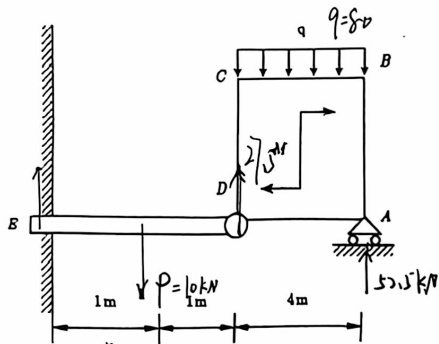
填空题第 4 题图

4、轮 A 与物块 B 用刚性杆 AB 铰接如图所示。轮沿斜面滚而不滑, 其间的滑动摩擦力为 F_1 , 物块与斜面间的滑动摩擦力为 F_2 , 当系统移动距离 S 后, F_1 所作的功为 $-F_1 S$, F_2 所作的功为 $-F_2 S$ 。



四、综合题（共3道题，第1小题10分，第2、3小题每题15分）

1、矩形板 ABCD 支撑如图所示，自重不计，E 处为固定端的约束，DA 为光滑铰链， $q = 20 \text{ kN/s}$, $M = 50 \text{ kN} \cdot \text{m}$, $p = 10 \text{ kN}$ ，试求 A, E 处的约束反力。



以 DA 为对象

$$M + \int_0^2 q \cdot x \cdot dx - F_A \cdot h = 0$$

$$50 + 20 \times \frac{1}{2} \times 2 - F_A \cdot 4 = 0$$

$$F_A = \frac{2 \cdot 10}{4} = 52.5 \text{ kN}$$

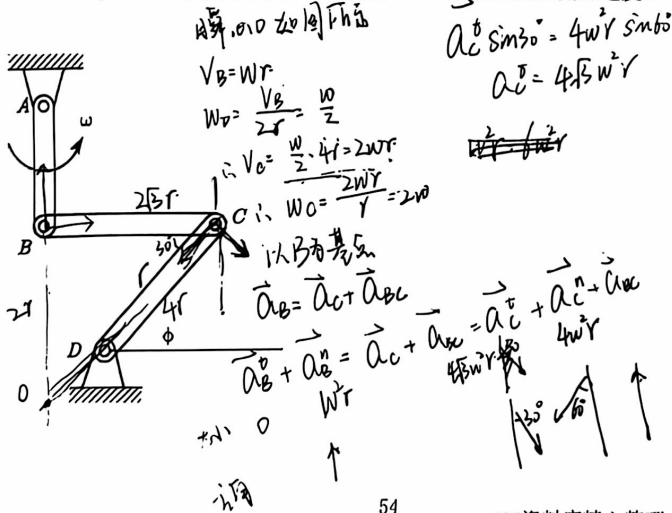
$$F_D + 52.5 = 80$$

$$F_D = 27.5 \text{ kN}$$

$$F_{Ex} = 0 \text{ kN}$$

$F_{Ez} = 17.5 \text{ kN}$
 $M = 27.5 \times 2 - 10$
 $= 55 - 10 = 45 \text{ kN} \cdot \text{m}$
 $F_{Ex} - 10 + 80 + 52.5 = 0$
 $F_{Ex} = 37.5$

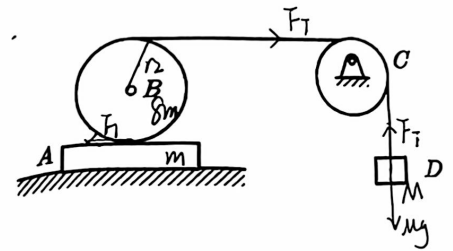
2、在如图所示连杆机构中，已知 AB 杆作匀角速度定轴转动，角速度为 ω ， $AB = CD = r$ ， $BC = L = 2\sqrt{3}r$ ，试求图示位置 $\phi = 30^\circ$ 时，CD 杆的角速度及角加速度。



54

007资料店精心整理，仅限内部复。

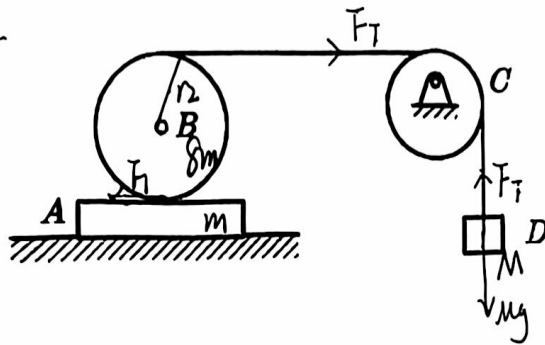
3、在如图所示机构中，已知：匀质圆柱 B 沿平板 A 作质量为 m ，放在光滑的水平面上，物体 D 质量为 M ，试求平板 A、重物 D 的加速度。



扫描全能王 创建



3、在如图所示机构中，已知：匀质圆柱 B 沿平板 A 作纯滚动，质量 $m_B = 8m$ ，半径为 r_2 ，平板 A 质量为 m ，放在光滑的水平面上，物体 D 质量为 M ，滑轮 C 不计质量，圆轮与滑轮间绳子水平。试求平板 A、重物 D 的加速度。



$$Mg - F_T = Ma$$

$$v_D = v_B - v_A$$

$$\omega_B = \frac{v_B}{r_2}$$

$$L = \frac{1}{2} m_B \bar{r}^2 \omega_B + \frac{1}{2} M v_D^2$$



2017-2018 学年第一学期期末考试试卷参考答案

一、判断题(共 20 分, 每小题 2 分, 共 10 题)

1、【正解】×

【解析】应作用在刚体上, 而不是物体

【考试点】 静力学公理

2、【正解】×

【解析】缺少不在一条直线上

【考试点】 力偶

3、【正解】×

【解析】应为平面汇交力系, 否则为力偶系

【考试点】 力系简化

4、【正解】×

【解析】全反力=摩擦力+法向反力矢量和

【考试点】 摩擦力

5、【正解】√

【解析】由 $\vec{a}_n = \frac{v^2}{\rho}$ 可知, 若 $v=0$ 则 $\vec{a}_n=0$

【考试点】 点自然坐标系下加速度

6、【正解】×

【解析】 $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$, Δt 恒正, 若 α 正则 $\Delta\omega$ 为正, 但不一定加速, 因为 ω 由 $-5\text{rad/s} \Rightarrow 3\text{rad/s}$

【考试点】 点的运动学

7、【正解】×

【解析】牵连速度某一时刻; 动系上与动点重合点的速度

【考试点】 点的运动学

8、【正解】×

【解析】没规定质点初始状态相同

【考试点】 质点动力学

9、【正解】×

【解析】可能具有初始角速度, 主矩力为零只能说明 $\alpha=0$

【考试点】 刚体动力学

10、【正解】×

【解析】有加速度的质点才应加惯性力

【考试点】 达朗贝尔原理



二、选择题（共 20 分，每小题 4 分，共 5 题）

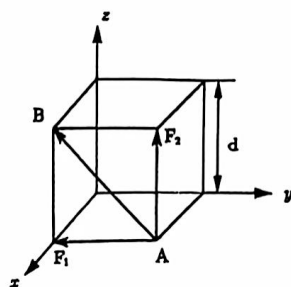
1、【正解】D

【解析】

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \text{ 且 } ||F_1|| = ||F_2||$$

$$F \text{ 对 } \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} \text{ 的矩是 } \begin{cases} F_2 \cdot d \\ -F_2 \cdot d \\ -F_1 \cdot d \end{cases}$$

【考试点】 空间力系



2、【正解】A

【解析】分析 A 点速度：

$$v_r = v_a \cos 30^\circ$$

$$v_e = v_a \sin 30^\circ$$

$$v_a = \omega_{O,A} \cdot R = \frac{2\pi \times 300}{60} \times 0.1 = \pi \text{ m/s}$$

$$\omega_e = \frac{v_e}{2R} = \frac{5}{2} \pi \text{ rad/s}$$

分析 A 点加速度：

$$\vec{a}_a^n = \vec{a}_r + \vec{a}^\tau + \vec{a}_n + \vec{a}_c$$

$$a_c = 2v_r \omega_e = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \pi \times \frac{5}{2} \pi = \frac{5\sqrt{3}}{2} \pi^2 \text{ m/s}^2$$

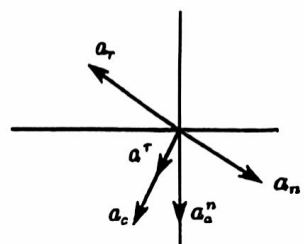
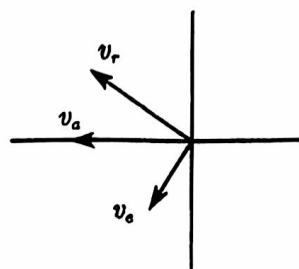
向 a_c 方向投影

$$a_a^n \cos 30^\circ = a_c + a_r$$

$$2R\varepsilon = a^\tau = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot (\omega_{O,A})^2 \cdot R - 10\sqrt{3}\pi^2 \text{ m/s}^2$$

$$\varepsilon = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} (10\pi)^2 - \frac{\frac{5}{2}\sqrt{3}\pi^2}{0.2} \right) = 213.68 \text{ rad/s}^2$$

【考试点】 点的运动学



3、【正解】C

【解析】对于轮 2: $v_c = 0$ $v_{O_2} = 1.5r\omega_0$ $v_B = 3r\omega_0$ $\omega_2 = \frac{1.5r\omega_0}{0.5r} = 3\omega_0$

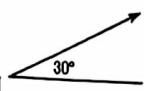
对于轮 3: 轮 3 平动 $v_{O_3} = 3r\omega_0$

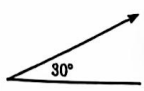
$$v_A = v_B = 3r\omega_0$$

【考试点】 刚体动力学

4、【正解】D

【解析】机构动量为各部分动量的矢量和

对 O_1A : $p = mv = 2 \times 0.2 = 0.4$ 方向 

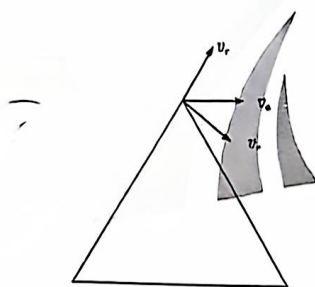
对套筒: $p = mv = 1 \times 0.4 = 0.4$ 方向 

对 O_2A : 绝对运动: 套筒转动

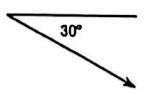
相对运动: 套筒滑动

牵连运动: O_2A 转动

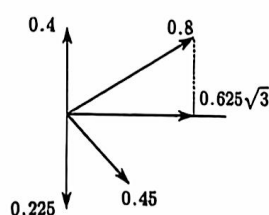
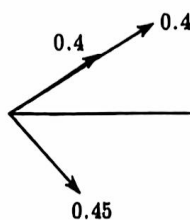
$$\therefore v_e = \frac{v_a}{2} = 0.2$$



对 O_2A : $p = mv = 3 \times 0.15 = 0.45$

$\omega_{O_2A} = 1$ $v_{O_2A} = 0.15$ 方向 

$\therefore P_{\text{合}}$



$$P_{\text{合}} = \sqrt{(0.625\sqrt{3})^2 + 0.175^2}$$

【考试点】 运动学

5、【正解】C

【解析】AB 绕 O 转动



AB 对 O 的转动惯量 $J_0 = \frac{ml^2}{12} + m \cdot \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3}$

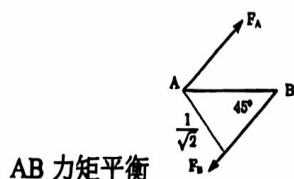
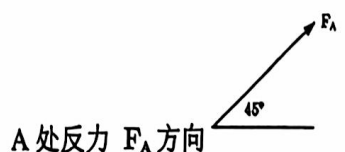
$$E_k = \frac{1}{2} J_0 \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{ml^2}{3} \cdot \left(\frac{v}{\frac{l}{3}}\right)^2 = \frac{2}{3} m v^2$$

【考点】 动能

三、填空题（共 20 分，每小题 5 分，4 题）

1、【正解】 10kN 由 D 向 C

【解析】



$$\therefore 10 = \frac{F_A}{\sqrt{2}} = \frac{F_B}{\sqrt{2}} \Rightarrow F_B = 10\sqrt{2} \text{ kN}$$

\therefore C 处反力沿杆时 BC 力矩平衡（对 E 点列）

$$\therefore F_C = F_{B1} = \frac{F_B}{\sqrt{2}} = 10 \text{ kN}$$

又 \therefore CD 为二力杆 $\Rightarrow F_D = F_C = 10 \text{ kN}$

方向水平向右

【考点】 静力学平衡方程

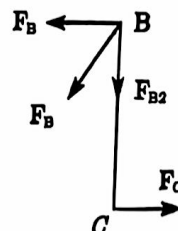
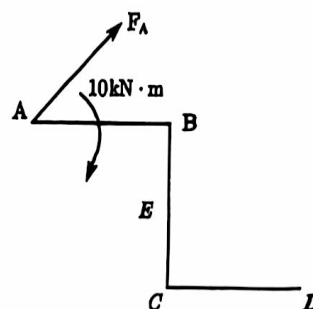
2、【正解】 平动；定轴转动

刚体 1 沿滑槽滑动；刚体 2 绕铰支座作定轴转动

【考点】 点的运动学

3、【正解】 $\frac{5}{6} mL^2 \omega$

【解析】 对 AO: $L_0 = J\omega = \frac{1}{3} \cdot \frac{m}{2} \cdot L^2 \cdot \omega = \frac{1}{6} mL^2 \omega$

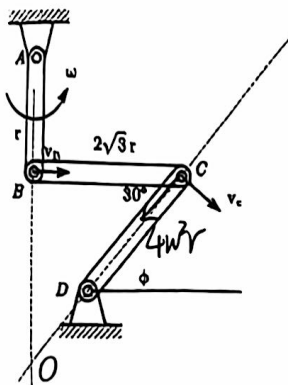


$$a_{CD}^n = r\omega_{CD}^2 = 4r\omega^2 \quad a_{CB}^n = BC \cdot \omega_{BC}^2 = 2\sqrt{3}r \cdot \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}r\omega^2$$

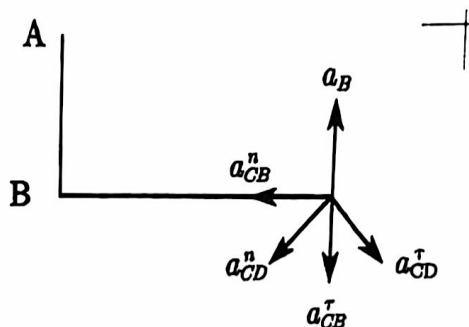
将各加速度矢量向 BC 方向投影: $a_{CD}^T \cos 60^\circ - a_{CB}^n \cos 30^\circ = a_{CB}^T a_{CD}^T = 5\sqrt{3}r\omega^2$

$$\alpha_{CD} = \frac{a_{CD}^T}{r} = 5\sqrt{3}\omega^2$$

$$\text{综上 } \omega_{CD} = 2\omega \quad \alpha_{CD} = 5\sqrt{3}\omega^2$$



【考试点】 运动学



3. 【解析】: 设 A 的速度为 v_A , B 的速度为 v_B , 则 $\omega_B = (v_B - v_A)/r$; $v_D = v_B +$

$$\omega_B r = 2v_B - v_A; \quad a_D = 2a_B - a_A;$$

$$A \text{ 与 } B \text{ 的动量和为 } P_1 = m_B v_B + m_A v_A = 8m v_B + m v_A$$

$$D \text{ 的动量为 } P_2 = m_D v_D = M(2v_B - v_A)$$

$$\text{而 } \frac{dP_1}{dt} = F; \quad \frac{dP_2}{dt} = mg - F \text{ 相加得 } 8a_B + a_A + \frac{M}{m}(2a_B - a_A) = g$$

$$\text{对 } B \text{ 有: } F_f = m_A a_A = m a_A; \quad F = mg - m_D a_D = mg - M(2a_B - a_A);$$

$$\text{由动量矩定理有 } (F_f + F)r = \frac{1}{2}m_B r^2 \alpha_B = 4mr(a_B - a_A)$$

$$\text{联立解得 } a_A = -\frac{mg}{11m+4M} \quad a_D = \frac{4mg}{11m+M}$$

【考试点】: 动量定理、动量矩定理



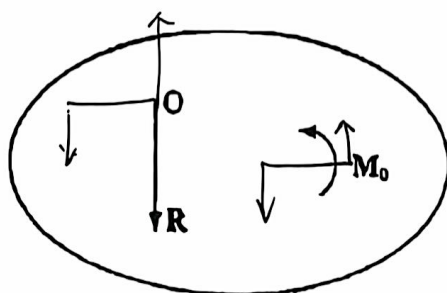
2015-2016 学年第一学期期末考试试卷

一、判断题 (共 10 道题, 每题 2 分填写“对”或“错”)

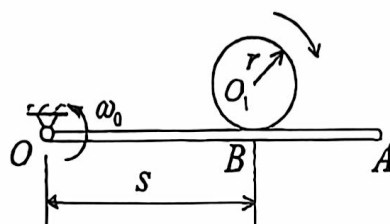
- 1、(X) 作用在同一物体上的两个力, 使物体处于平衡的必要和充分条件是: 这两个力大小相等、方向相反、沿同一条直线
 - 2、(X) 只要两个力大小相等、方向相反, 该两力就组成一力偶
 - 3、(V) 对一个空间力系向某点简化后, 得主矢 \vec{R}' , 主矩 \vec{M}_O , 若 \vec{R}' 与 \vec{M}_O 垂直, 则此力系可进一步简化为一合力。
 - 4、(X) 摩擦力是未知约束反力, 其大小和方向完全可以由平衡方程来确定。
 - 5、(X) 点作曲线运动时, 若切向加速度为零, 则速度为常矢量。
 - 6、(X) 动点的相对运动为直线运动、牵连运动为直线平动时, 动点的绝对运动也一定是直线运动。
 - 7、(V) 刚体平行移动不一定是刚体平面运动的一个特例。
 - 8、(X) 质点的运动方向, 就是质点上所受合力的方向。
 - 9、(X) 质点系中各质点都处于静止时, 质点系的动量为零。于是可知如果质点系的动量为零, 则质点系中各质点必须静止。
 - 10、(X) 平面运动刚体的动能可由其质量及质心速度完全确定。
- ## 二、选择题 (共 5 道题, 每题 4 分)

1、某平面任意力系向 O 点简化, 得到如图所示的一个力 \vec{R} 和一个力偶矩为 M_O 的力偶, 则该力系的最后合成结果为 ()。

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| A、作用在 O 点的一个合力; | B、合力偶; |
| C、作用在 O 点左边某点的一个合力; | D、作用在 O 点右边某点的一个合力 |



选择题第 1 题图



选择题第 2 题图

2、如图所示, OA 杆以匀角速度 ω , 绕 O 轴转动, 半径为 r 的小轮 O_1 沿 OA 杆作无滑动的滚动, 轮心 O_1 若被选作动点, 将动系固结于 OA 杆上, 地面为定系。则牵连速度的大小和方向为 ()。



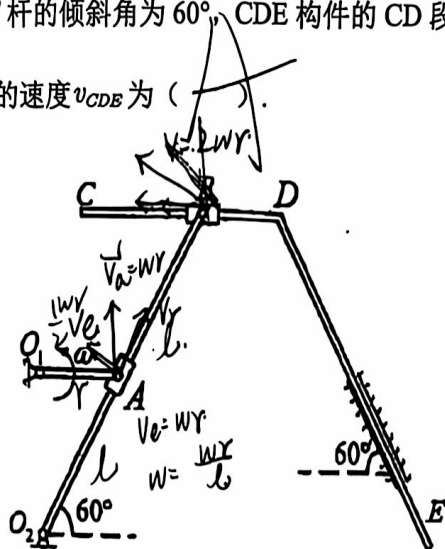
A、 $v_o = s\omega_0$ ($\perp OB$, 沿 ω_0 转向)

B、 $v_o = (s+r)\omega_0$ ($\perp OB$, 沿 ω_0 转向)

C、 $v_o = \sqrt{s^2 + r^2}\omega_0$ ($\perp OB$, 沿 ω_0 转向)

D、 $v_o = \sqrt{s^2 + r^2}\omega_0$ ($\perp OO_1$, 沿 ω_0 转向)

3、如图所示机构，已知杆 o_1A 以匀角速度 ω 绕 o_1 轴朝逆时针向转动， $o_1A = r$ ，在图示位置时 o_1A 杆水平； $o_2A = AB = l$ ， o_2B 杆的倾斜角为 60° ，CDE构件的CD段水平，DE段在倾角为 60° 的滑槽内滑动。此时，CDE构件的速度 v_{CDE} 为 ()。



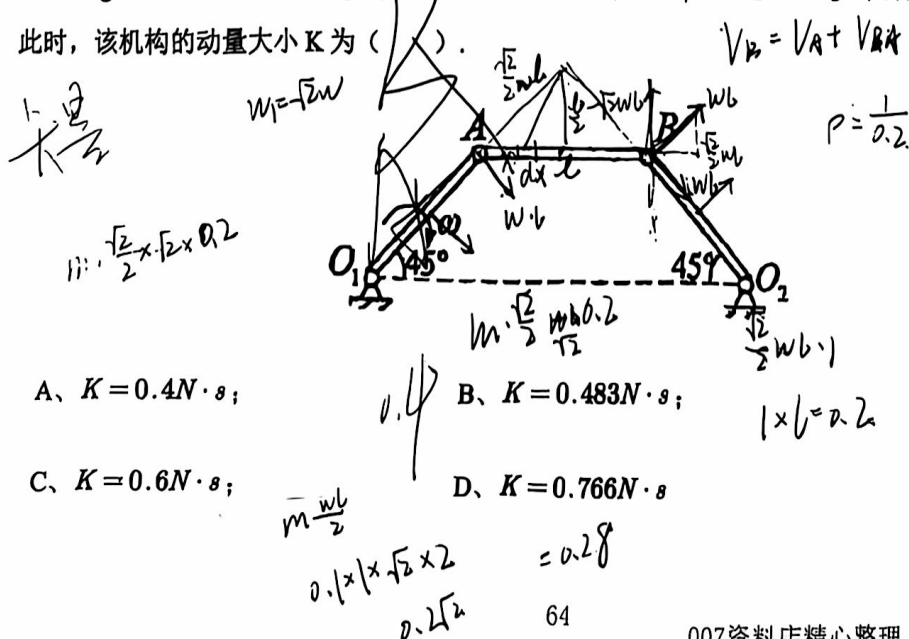
A、 $v_{CDE} = \frac{\sqrt{3}r\omega}{3}$;

B、 $v_{CDE} = \frac{r\omega}{2}$;

C、 v_{CDE} 的方向铅直向上;

D、 v_{CDE} 的方向铅直向下

4、如图所示连杆机构中，各均质杆长度为 $O_1A = O_2B = AB = 20\text{cm}$ 。它们的质量相等。均为 $m = 1\text{kg}$ 。在图示位置时， O_1A 杆转动的角速度 $\omega = \sqrt{2}\text{rad/s}$ ， O_1A 与 O_2B 两杆的倾角均为 45° 。此时，该机构的动量大小 K 为 ()。



A、 $K = 0.4N \cdot s$;

B、 $K = 0.483N \cdot s$;

C、 $K = 0.6N \cdot s$;

D、 $K = 0.766N \cdot s$



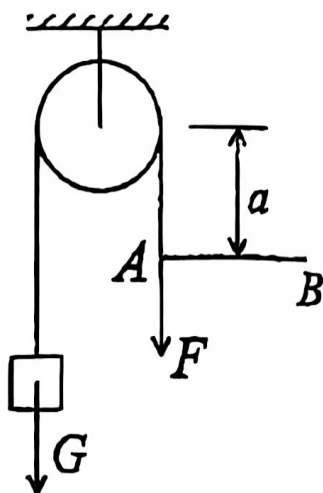
5、如图所示，重物 G 在外力 F 的作用下匀速上升了 s ，绳端自 A 点水平移到 B 点， $AB=b$ 。则绳端外力所作的功为 ()

A、 Gs ;

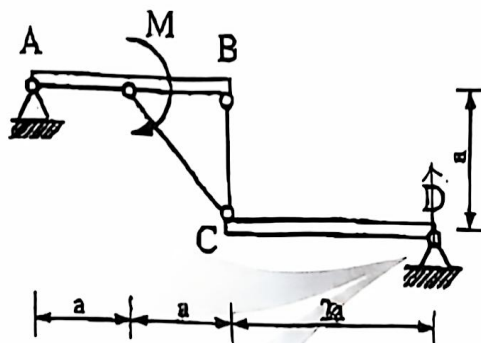
B、 Fa ;

C、 Fb ;

D、 $F\sqrt{a^2+b^2}$



选择题第 5 题图

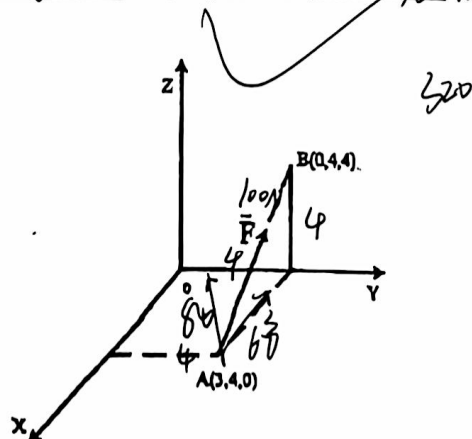


填空题第 1 题图

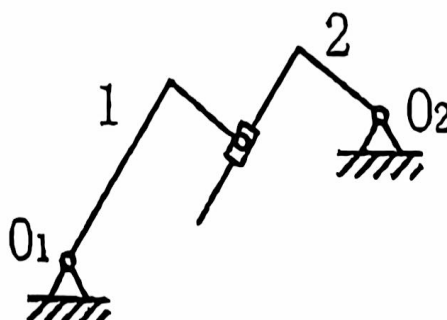
三、填空题 (共 5 道题, 每题 4 分)

1、图示结构受矩为 $M = 10 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 的力偶作用, 若 $a = 1 \text{ m}$, 各杆自重不计, 则固定铰支座 D 的反力的大小为 2 kN, 方向 向上。

2、力 \vec{F} 通过 $A(3, 4, 0)$, $B(0, 4, 4)$ 两点 (长度单位为米), 若 $F = 100 \text{ N}$, 则该力在 x 轴上的投影为 -60 N, 对 x 轴的矩为 320 N·m。



填空题第 2 题图

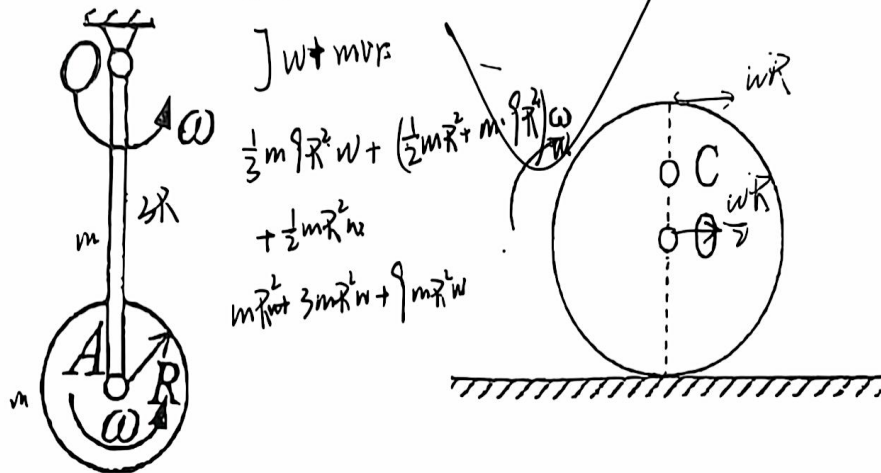


填空题第 3 题图

3、如图所示机构中, 刚体 1 作 平面运动 (转动), 刚体 2 作 转动。(填运动形式)



4、一均质杆 OA 与均质圆盘在圆盘中心 A 铰接，在图示位置时，OA 杆绕固定轴 O 转动的角速度为 ω ，圆盘相对于杆 OA 的角速度亦为 ω 。设 OA 杆与圆盘的质量均为 m ，圆盘的半径为 R ，杆长 $l=3R$ ，此时该系统对固定轴 O 的动量矩大小 H_O 为 $13mR^2\omega$ 。



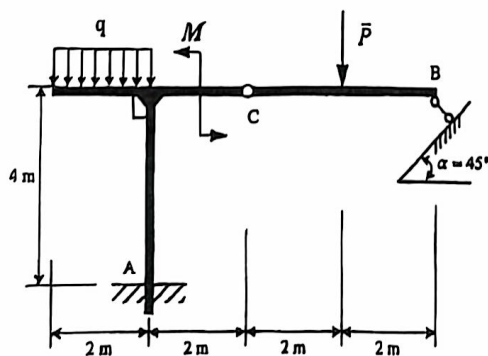
填空题第 4 题图

$m e^2 + \frac{1}{2} m R^2$ 填空题第 5 题图

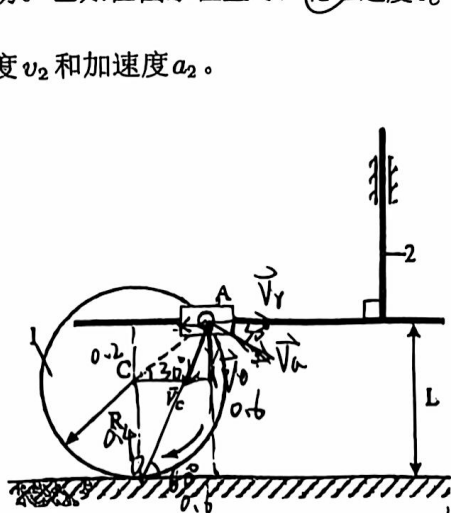
5、质量为 m ，半径为 R 的偏心轮，质心在 C ，偏心距 $OC=e$ ，沿水平面作纯滚动。已知轮对质心 C 的转动惯量为 J ，若图示瞬时轮的角速度为 ω ，则该轮动能为 $\frac{1}{2} m \omega^2 (e^2 + R^2)$

四、综合题（共 3 道题，第 1 小题 10 分，第 2、3 小题每题 15 分）

1、结构自重不计，尺寸标注如图所示。已知：均布载荷集度 $q=1\text{kN/m}$ ，集中力为 $P=\sqrt{2}\text{kN}$ ，力偶矩大小为 $M=2\text{kN}\cdot\text{m}$ 。求固定端支座 A 处及可动铰链支座 B 处的约束反力。



2、半径 $R = 0.4\text{m}$ 的轮 1 沿水平轨道作纯滚动，轮缘上 A 点铰接套筒 3，带动直角杆 2 作上下运动。已知在图示位置时，轮心速度 $v_C = 0.8\text{m/s}$ ，加速度为零， $L = 0.6\text{m}$ 。试求该瞬时杆 2 的速度 v_2 和加速度 a_2 。



解：由 O 点如图示

$$\omega = \frac{v_C}{R} = 2\text{rad/s}$$

$$v_A = 0.4\sqrt{3} \cdot \omega = 0.8\sqrt{3}\text{m/s}$$

$$\vec{v}_A = \vec{v}_C + \vec{v}_r$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_A = \frac{1}{2}v_A = 0.4\sqrt{3}\text{m/s}$$

$$a_A = \omega^2 R = 4 \times 0.4\sqrt{3} = 1.6\sqrt{3}\text{m/s}^2$$

$$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_r$$

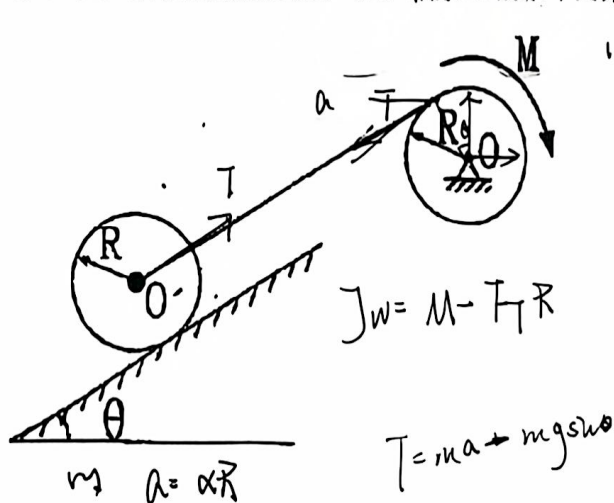
$$\vec{a}_2 = \vec{a}_A = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 1.6\sqrt{3} = 2.4\text{m/s}^2$$

由基点法，以 C 为基点

$$\vec{a}_A = \vec{a}_C + \vec{a}_{AC} + \vec{a}_{AO}$$

$$\vec{a}_A = \omega^2 R = 4 \times 0.4 = 1.6$$

3、在图示机构中，沿斜面纯滚动的圆柱体 O' 和鼓轮 O 均为均质物体，质量均为 m ，半径均为 R 。绳子不能伸缩，其质量略去不计。粗糙斜面的倾角为 θ ，不计滚阻力偶。如在鼓轮上作用一常力偶 M 。求：(1) 鼓轮的角加速度；(2) 轴承 O 的水平约束力。



$$J_O = M - T_1 R$$

$$T = ma + mg \sin \theta$$

$$T - mg \sin \theta = ma$$

$$M - T_1 R = (M - T_1 R) \cos \theta = T_x$$

$$\left(\frac{M}{R} - ma + mg \sin \theta \right) \cos \theta = T_x$$

$$L = \frac{1}{2} m R^2 \omega + m v R + \frac{1}{2} m R^2 \omega$$

$$v = \omega R$$

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma M$$

$$\Sigma M = M - mg \sin \theta R$$

$$L = \frac{3}{2} m R^2 \omega$$

$$\frac{dL}{dt} = M - mg \sin \theta R$$

$$\frac{3}{2} m R^2 \frac{d\omega}{dt} = M - mg \sin \theta R$$

$$\therefore \alpha = \frac{M - mg \sin \theta R}{\frac{3}{2} m R^2}$$

$$\frac{M - mg \sin \theta R}{2 m R^2} R = \frac{M}{2 m R} - g \sin \theta$$



2015-2016 学年第一学期期末考试试卷参考答案

一、判断题 (共 10 道题, 每题 2 分填写“对”或“错”)

1、【正解】错

【解析】物体→刚体

考虑形变后此结论不一定成立

【考试点】 静力学公理.

2、【正解】错

【解析】不在同一直线上才能组成一力偶

【考试点】 力偶.

3、【正解】对

【解析】 \vec{M}_O 与 \vec{R} 垂直, 则可以在某点产生一力偶与 \vec{M}_O 合力偶为 0, 向此点简化结果为一合力

【考试点】 力系简化.

4、【正解】错

【解析】方向与接触面相切这一点, 并不是由平衡方程决定

【考试点】 摩擦力.

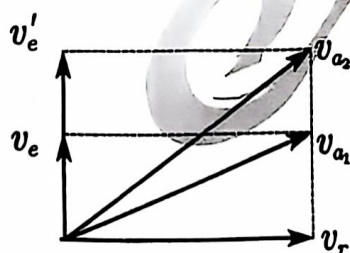
5、【正解】错

【解析】匀速圆周运动时, $|\vec{v}|$ 不变, \vec{v} 一直在改变

【考试点】 点的运动学.

6、【正解】错

【解析】反例:



【考试点】 点的运动学.

7、【正解】对

【解析】若不在刚体简化为的平面内作平移, 则不是平面运动

【考试点】 刚体平面运动.

8、【正解】错

【解析】合力方向是质点加速度方向.

【考试点】 点的运动学.

9、【正解】错

【解析】动量和为矢量的叠加

【考试点】 动量.

10、【正解】错

【解析】还包括绕质心转动的动能.

【考试点】 动能.



二、选择题（共 5 道题，每题 4 分）

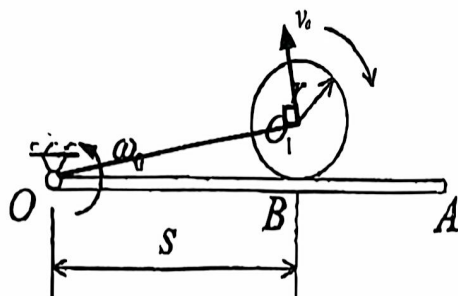
1、【正解】C

【解析】O 点左侧， \vec{R} 产生负方向的力偶，与 M_0 合力偶为 0

【考试点】 力系简化.

2、【正解】D

【解析】

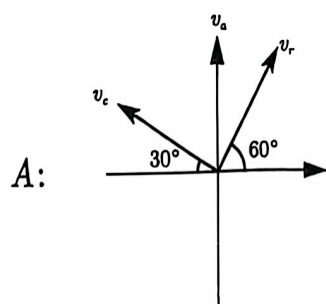


$$v_c = \omega_0 \sqrt{s^2 + r^2}$$

【考试点】 点的运动学.

3、【正解】A

【解析】分析套筒 A:



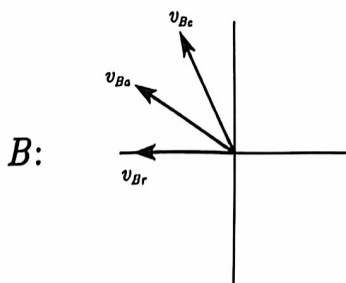
$$\vec{v}_a = \vec{v}_c + \vec{v}_r$$

$$v_c = v_a \sin 30^\circ = \frac{v_a}{2}$$

$$\omega_{OB} l = \frac{\omega r}{2}$$

$$\omega_{OB} = \frac{\omega r}{2l}$$

分析套筒 B:



$$\vec{v}_{Ba} = \vec{v}_{Br} + \vec{v}_{Bc}$$

$$v_{Bc} = \frac{v_{Ba}}{\sqrt{3}} = \frac{2l \cdot \omega_{OB}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \omega r}{3}$$

【考试点】 点的运动学.



4、【正解】A

【解析】 $P = \left(\omega \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \omega l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \omega \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \cdot m$
 $= \sqrt{2} \omega l m = 0.4 \text{ N} \cdot \text{s}$

【考试点】 动量.

5、【正解】A

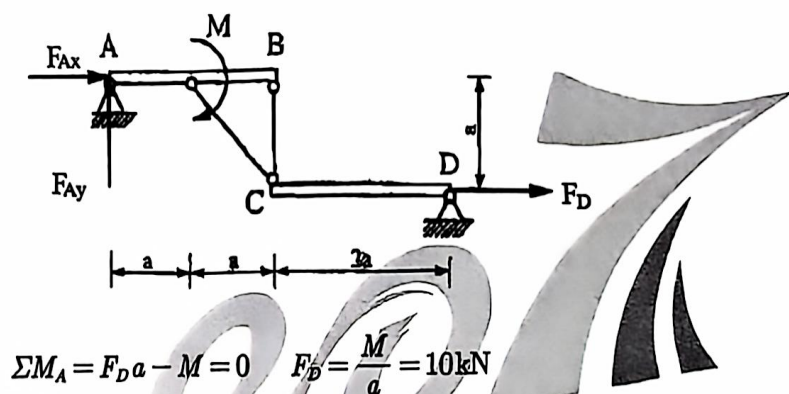
【解析】F 做功转化为 G 的重力势能

【考试点】 能量.

三、填空题 (共 5 道题, 每题 4 分)

1、【正解】10kN; 方向水平向右

【解析】受力图 (CD 为二力杆, 所以 F_D 水平)



【考试点】 静力学.

2、【正解】-60N; 320N·m

【解析】 $F_z = -|F| \cos 53^\circ = -60 \text{ N}$

$$M_z = |F| \sin 53^\circ \times 4 = 320 \text{ N} \cdot \text{m}$$

【考试点】 空间力系.

3、【正解】定轴转动; 定轴转动

【解析】1 和 2 分别绕 O_1, O_2 作定轴转动

【考试点】 刚体运动学.

4. 【正解】: $13mR^2\omega$

【解析】: OA 对 O 的动量矩的大小为 $H_{O1} = \frac{1}{3}m(3R)^2\omega = 3mR^2\omega$; 圆盘对 O 的动量矩大小为 $H_{O2} = 3R \cdot m \cdot \omega 3R + \frac{1}{2}mR^2 \cdot 2\omega = 10mR^2\omega$; 故 $H_O = H_{O1} + H_{O2} = 13mR^2\omega$

【考试点】: 动量矩



5、【正解】 $\frac{1}{2}[J + m(R + e)^2]\omega^2$

【解析】 $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$

$$= \frac{1}{2}m[(R + e)\omega^2] + \frac{1}{2}J\omega^2$$

【考试点】 动能.

四、综合题（共3道题，第1小题10分，第2、3小题每题15分）

1、【解析】先进行整体受力分析，固定端支座A处有 \vec{F}_{Ax} , \vec{F}_{Ay} , m_A ，可动铰链支座B处有 \vec{F}_B ，
一共四个未知量

$$\sum F_{ix} = 0, F_{Ax} - F_B \cos 45^\circ = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0, F_{Ay} + F_B \sin 45^\circ - 2q - P = 0$$

$$\sum m_A(\vec{F}_i) = 0, 2q \cdot l + M - 4P + m_A + F_B \cos 45^\circ \cdot 4 + F_B \sin 45^\circ \cdot 6 = 0$$

取BC为研究对象，C处有 \vec{F}_{Cx} , \vec{F}_{Cy} 两个未知量，动铰链支座B处有 \vec{F}_B

$$\sum m_C(\vec{F}_i) = 0, F_B \sin 45^\circ \cdot 4 - P \cdot 2 = 0$$

$$F_B = 1 \text{ kN}, F_{Ax} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ kN}, F_{Ay} = \frac{1}{2}(4 + \sqrt{2}) \text{ kN}, m_A = -4 - \sqrt{2} \text{ kN} \cdot \text{m}$$

【考试点】 静力学平衡方程.

2、【解析】轮作纯滚动，轮上与地面接触点P为瞬心，则

$$\omega = \frac{v_C}{R} = 2 \text{ rad/s}$$

$$\alpha(\varepsilon) = 0$$

以套管A为动点，杆为动参考系，由点的速度合成定理

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$$

$$\text{大小 } \omega \frac{2}{3} \sqrt{3} L \quad ? \quad ?$$

$$\text{方向} \quad \checkmark \quad \checkmark \quad \checkmark$$

$\frac{4}{\sqrt{3}}$



由速度平行的四边形得 $v_e = v_A \cos 60 = 0.69 \text{ m/s}$

所以有 $v_2 = v_e = 0.69 \text{ m/s}$

以 C 点为基点, 由基点法得加速度

$$\vec{a}_A = \vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^r + \vec{a}_{AO}^n \quad ①$$

再与速度分析一样选取点, 动系, 由点的加速度合成定理

$$\vec{a}_A = \vec{a}_e + \vec{a}_r \quad ②$$

将①②两式联立得

$$\vec{a}_O + \vec{a}_{AO}^r + \vec{a}_{AO}^n = \vec{a}_e + \vec{a}_r \quad ③$$

大小 0 0 $\omega^2 R$? ?

方向 ✓ ✓ ✓ ✓ ✓

由加速度平行四边形得

$$a_e = a_o \sin 30^\circ = 0.8 \text{ m/s}^2$$

所以有 $a_2 = a_e = 0.8 \text{ m/s}^2$

【考试点】 运动学.

3、【解析】整体受力如图 (a) 所示, 滚子和鼓轮的角速度皆为 ω 。其动能为

$$T = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} m R^2 \omega^2 + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} m R^2 \omega^2 = m R^2 \omega^2$$

该系统所有力的功率为

$$\sum P_i = (M - mgR \sin \theta) \omega$$

由功率方程 $\frac{dT}{dt} = \sum P_i$, 得

$$2mR^2 \alpha = (M - mgR \sin \theta) \omega$$

解出
$$\alpha = \frac{M - mgR \sin \theta}{2mR^2}$$

再研究鼓轮 O 如图 (b), 由转动微分方程

$$\frac{1}{2} m R^2 \alpha = M - F_i \cos \theta \quad ④$$

得
$$F_T = \frac{M}{R} - \frac{1}{2} m R \alpha = \frac{3M + mgR \sin \theta}{4R}$$



质心 O 固定, 有

$$0 = F_s - F_T \cos \theta$$

将 F_T 的表达式代入, 解得

$$F_s = \frac{1}{8R} (6M \cos \theta + mgR \sin 2\theta)$$

【考试点】 动能定理

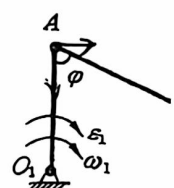
一、选择题 (共 20)

1、已知 $O_1A = O_2L$

别为 ω_2, ε_2 , 图示

A、 $\omega_1 = \omega_2, \varepsilon_1 =$

☒ C、 $\omega_1 \neq \omega_2, \varepsilon_1 =$



第

2、荡... 等长的

M B



2013-2014 学年第一学期期末考试试卷

一、选择题 (共 20 分, 5 小题, 每小题 4 分)

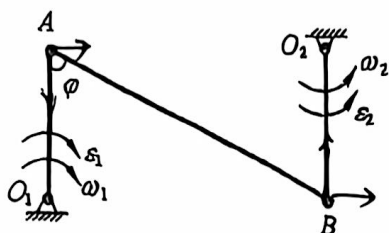
1、已知 $O_1A = O_2B = l$, O_1A 的角速度及角加速度分别为 ω_1 、 ϵ_1 ; O_2B 的角速度及角加速度分别为 ω_2 、 ϵ_2 , 图示瞬时 O_1A 与 O_2B 平行, 试问 ω_1 和 ω_2 , ϵ_1 和 ϵ_2 的关系 ()

A、 $\omega_1 = \omega_2$, $\epsilon_1 = \epsilon_2$

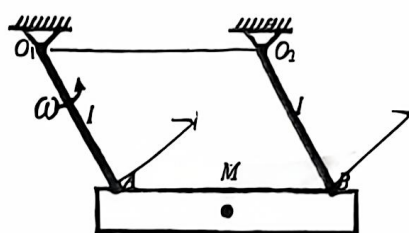
B、 $\omega_1 = \omega_2$, $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$

C、 $\omega_1 \neq \omega_2$, $\epsilon_1 = \epsilon_2$

D、 $\omega_1 \neq \omega_2$, $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$



第 1 题图



第 2 题图

2、荡木用两条等长的钢索平行吊起, 如图所示。钢索长为长 l , 钢索以匀角速度 ω 转动, 求荡木中点 M 的加速度为 ()。

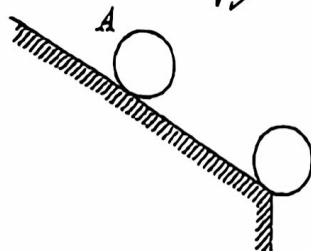
A、0

B、 ωl

C、 $\omega^2 l$

D、无法确定

3、小球 A 在重力作用下沿粗糙斜面下滚, 角加速度为 ϵ ; 当小球离开斜面后, 角加速度为 ϵ' 。



A、等于零

B、不等于零

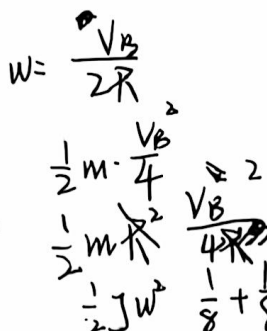
C、不能确定



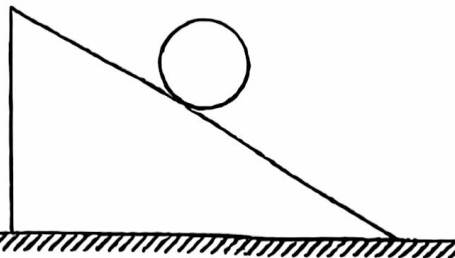
的动能为 (C).

D、 $3mv_B^2/4$

- D、 $3mv_B^2/4$



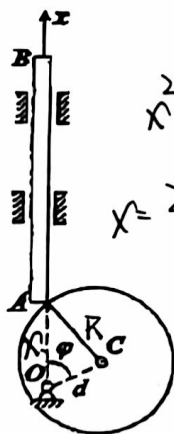
第 5 题图



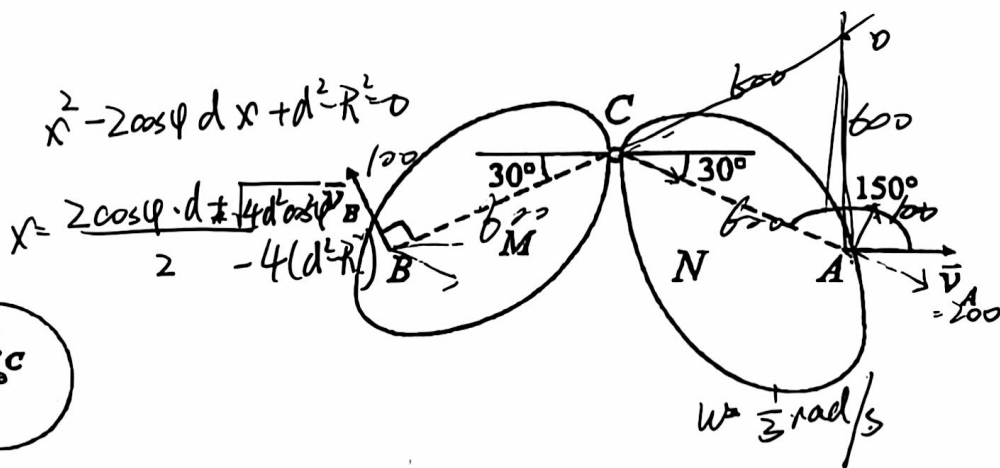
戒能守性

- 二、填空题（共 20 分，5 小题，每小题 4 分）**

为 $x = d \cos \omega t + \sqrt{d^2 \cos^2 \varphi + R^2 - d^2}$ 。(已知 $\varphi = \omega t$, ω 为常量)



第 1 题图

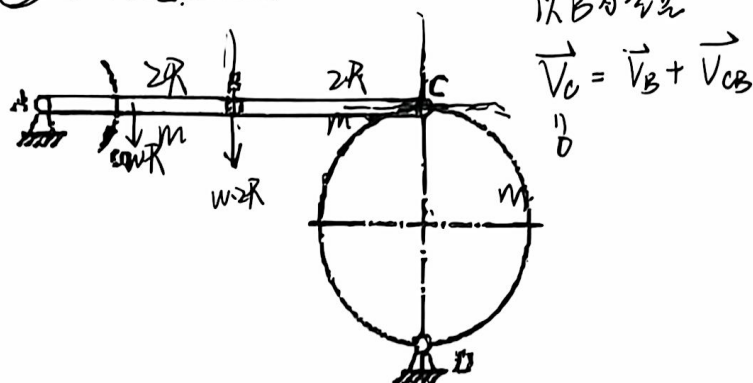


第 2 题图

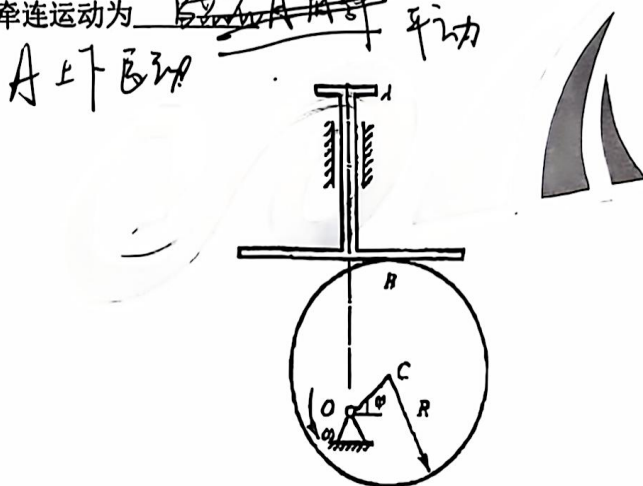
$v_B = 100 \text{ mm/s}$, 方向如图示, 则 C 点的速度为 200 mm/s 。



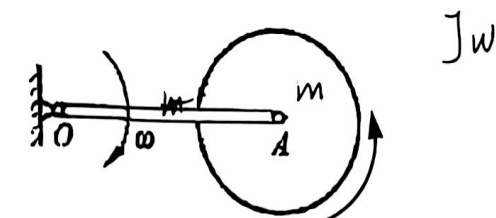
3、质量均为 m 的匀质细杆 AB , BC 和匀质圆盘 CD 用铰链连接在一起并支撑如图。已知 $AB=BC=CD=2R$, 图示瞬时 A 、 B 、 C 处在同一水平位置, 而 CD 铅直, 且 AB 杆以角速度 ω 转动, 则该瞬时系统的动量的大小为 $2m\omega R$ 。



4、平底顶杆凸轮机构如图所示, 顶杆 AB 可沿导槽上下移动, 偏心圆盘绕轴 O 转动, 轴 O 位于顶杆轴线上。工作时顶杆的平底始终接触凸轮表面。该凸轮半径为 R , 偏心距为 $OC=e$, 凸轮绕轴 O 转动的角速度为 ω , 则为求顶杆速度和加速度, 应选择 B 为动点, 动参考系与 A 固结, 则相对运动为牵连运动为 A 上下移动 运动。



5、如图所示均质圆盘, 半径为 R , 质量为 m , 不计质量的细杆长 l , 绕轴 O 转动, 角速度 ω , 并且圆盘绕 A 轴转动, 相对于杆的角速度为 ω (逆时针)。则圆盘对固定轴 O 的动量矩为 $(\frac{1}{2}mR^2 + ml^2)\omega$ 。



$$J = \frac{1}{2}mR^2 + ml^2$$

$$J\omega = (\frac{1}{2}mR^2 + ml^2)\omega$$

$$J\omega = \frac{1}{2}mR^2\omega + ml^2\omega$$

007资料店精心整理, 仅限内部复习使用



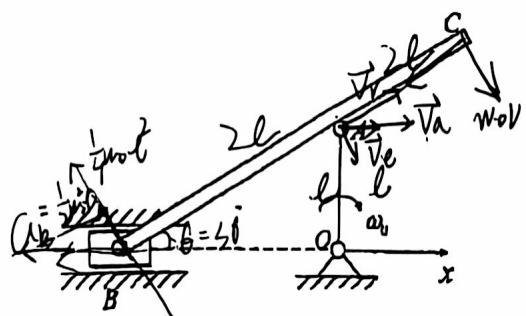
扫描全能王 创建

三、判断题 (共 20 分, 10 小题每小题 2 分, 只写“对”或“错”)

- 1、由于加速度永远位于轨迹上动点处的密切面内, 故加速度在副法线上的投影恒等于零。 (X)
- 2、平动刚体上点的运动轨迹不可能是空间曲线。 (X)
- 3、飞轮匀速转动, 若半径增大一倍, 边缘上点的速度和加速度都增大一倍。 $2\omega R$
 $\omega^2 \cdot 2R$ (✓)
- 4、若刚体内各点均作圆周运动, 则此刚体的运动必是定轴转动。 (X)
- 5、刚体的平面运动与刚体的平动其相似之处是, 刚体上各点的运动轨迹都在同一平面内。 (✓)
- 6、不管质点系作什么样的运动, 也不管质点系内各质点的速度如何, 只要知道质点系的总质量和质点系质心的速度, 即可求得质点系的动量。 (✓)
- 7、若平面运动刚体所受外力系的主矢为零, 则刚体只能作绕质心轴转动。 (X)
- 8、刚体的质量是刚体平动时惯性大小的度量, 刚体对某轴的转动惯量则是刚体绕该轴转动时惯性大小的度量。 ()
- 9、摩擦力总是作负功。 (X)
- 10、当质点系从第一位置运动到第二位置时, 质点系的动能的改变等于所有作用于质点系的外力的功的和。 (X)

四、如图所示机构中, 曲柄 OA 长 l , 以匀角速度 ω_0 绕 O 转动, 滑块 B 沿 x 轴滑动。已知 $AB=AC=2l$,

在图示瞬时, OA 垂直于 x 轴, 求该瞬时 C 点的速度及加速度。(15 分)



BC 为 $\sqrt{2}l$ 子 A 为 $\sqrt{2}l$

$\vec{V}_A = \vec{V}_O + \vec{V}_r$

$\therefore \vec{V}_O = \frac{1}{2} \vec{V}_A = \frac{1}{2} \omega_0 l$

$\omega_{BC} = \frac{\vec{V}_O}{2l} = \frac{1}{4} \omega_0$

$\therefore \vec{V}_C = \frac{1}{4} \omega_0 \cdot 4l = \omega_0 l$

由基点法以 B 为基点

$\vec{V}_A = \vec{V}_B + \vec{V}_{AB}$

$\vec{V}_B = 0$

$\therefore BC$ 杆瞬时静止

$\therefore \vec{V}_C = \omega_0 l$

$\vec{a}_A = \omega_0^2 l$ $\vec{a}_A^t = 0$

以 B 为基点

$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{AB}$

$\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{a}_{AB}$

$\vec{a}_{AB} = \omega_{BC}^2 \cdot BC$

$= \frac{1}{16} \omega_0^2 \cdot 4l$

$= \frac{1}{4} \omega_0^2 l$

$\therefore \vec{a}_B = \frac{1}{2} \omega_0^2 l$ 向左

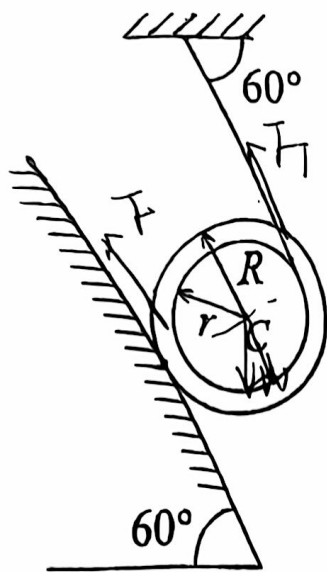
$\therefore \vec{a}_C = \frac{\sqrt{2}}{4} \omega_0^2 l$

007资料店精心整理, 仅限内部。



扫描全能王 创建

五、一鼓轮上绕有不可伸长的绳子，绳子一端固定。轮子的半径 $R=90\text{mm}$ ，轮轴的半径 $r=60\text{mm}$ ，总重量 W （单位为 N ），过轮心而垂直于轮中心平面的轴 C 的惯性半径为 $\rho=80\text{mm}$ ，轮与斜面的摩擦因数 $f=0.4$ 。求当轮子沿斜面向下运动时轮心的加速度。（15分）



$$J_O \alpha = \cancel{F_1} r + \bar{F} R$$

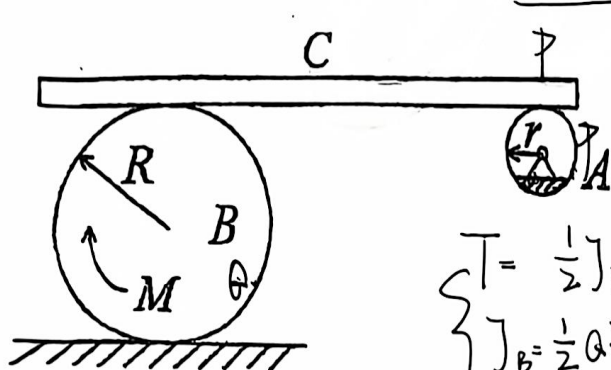
$$F = f W \cos 60^\circ$$

$$J_C = \frac{1}{2} W \rho^2$$

$$\frac{W}{g} a_0 = W \sin 60^\circ - \bar{F} - \bar{F}_f$$

$$a_0 = \alpha r$$

六、一均质板 C ，水平地放置在均质圆轮 A 和 B 上， A 轮和 B 轮的半径分别为 r 和 R ， A 轮作定轴转动， B 轮在水平面上滚动而不滑动，板 C 与两轮之间无相对滑动。已知板 C 和轮 A 的重量均为 P ，轮 B 重 Q ，在 B 轮上作用有矩为 M 的常力偶。试求板 C 的加速度。（10分）



$$\vec{v}_C = \omega_B R$$

$$\therefore \omega_A = \frac{v_C}{r}$$

$$\omega_B = \frac{v_C}{R}$$

$$T = \frac{1}{2} J_B \omega_B^2 + \frac{1}{2} P v_C^2 + \frac{1}{2} J_A \omega_A^2$$

$$\begin{cases} J_B = \frac{1}{2} Q R^2 \\ J_A = \frac{1}{2} P r^2 \end{cases}$$

取 B 的平动动能

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} Q R^2 \omega_B^2 + \frac{1}{2} P \omega_B^2 R^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} P r^2 \omega_B^2 \frac{R^2}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4} Q R^2 \omega_B^2 + \frac{1}{2} P \omega_B^2 R^2 + \frac{1}{4} P \omega_B^2 R^2$$

$$dT = M d\theta$$

$$\left(\frac{1}{2} Q + \frac{3}{2} P \right) v_C \frac{dv_C}{dt} = M \frac{d\theta}{dt}$$

$$\left(\frac{1}{2} Q + \frac{3}{2} P \right) v_C a_C = M$$

$$\left(\frac{1}{4} Q R^2 + \frac{3}{4} P R^2 \right)$$

$$\cdot 2 \omega_B d\omega_B = M d\theta$$

$$a_C = \frac{M}{P}$$

$$\left(\frac{1}{2} Q R^2 + \frac{3}{2} P R^2 \right) \frac{v_C}{R} d \frac{v_C}{R} = M d\theta$$

007资料店精心整理，仅限内部复习使用



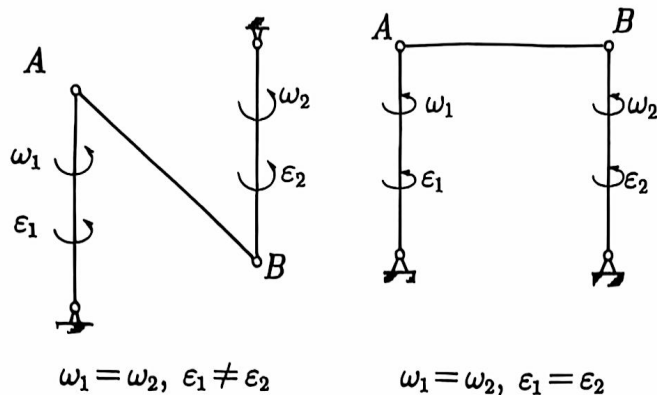
扫描全能王 创建

2013-2014 学年第一学期期末考试试卷参考答案

一、选择题 (共 20 分, 5 小题, 每小题 4 分)

1、【正解】B

【解析】



【考试点】 刚体运动学.

2、【正解】C

【解析】AB 平动, $a_m = a_A = \omega^2$

【考试点】 刚体运动学.

3、【正解】B; A

【解析】斜面上, 切向受摩擦力 $\Rightarrow \varepsilon \neq 0$, 脱离斜面 $\varepsilon = 0$

【考试点】 动量矩定理.

4、【正解】B

【解析】 $E_K = \frac{1}{2} J_0 \omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} M r^2 + M r^2 \right) \cdot \left(\frac{v_B}{2r} \right) = \frac{3}{16} m v_B^2$

【考试点】 动能.

5、【正解】B

【解析】水平方向不受力, 水平方向动量守恒
无摩擦, 机械能守恒

【考试点】 动量定理, 机械能守恒.

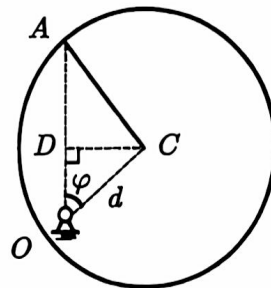
二、填空题 (共 20 分, 5 小题, 每小题 4 分)

1、【正解】 $x = d \cos \omega t + \sqrt{r^2 - (d \sin \omega t)^2}$

【解析】

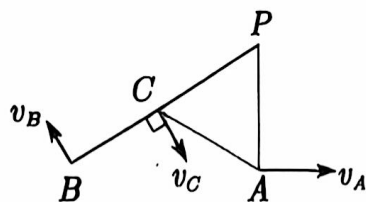
$$OA = OD + DA = d \cos \omega t + \sqrt{r^2 - (d \sin \omega t)^2}$$

【考试点】 点的运动学.



2、【正解】200mm/s

【解析】

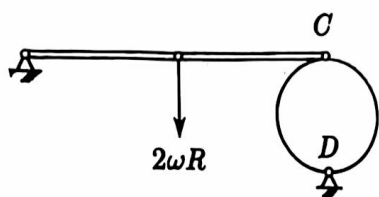


P 为瞬心, $\overline{PC} = \overline{AP}$, $v_C = v_A = 200\text{mm/s}$

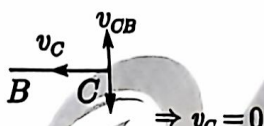
【考试点】 刚体运动学.

3、【正解】 $2m\omega R$

【解析】



对于 v_C , 基点 B, 则



$\Rightarrow v_C = 0$

\therefore 动量为 AB 杆、BC 杆动量之和

【考试点】 动量.

4、【正解】点 C; 顶杆 AB; 直线运动; 直线运动

【解析】 \because C 点到顶杆 AB 下底面距离不变 \Rightarrow C 为动点

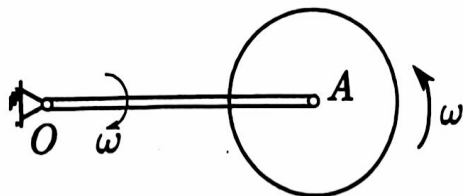
相对运动为水平的直线运动

牵连运动为竖直的直线运动

【考试点】 点的运动学.

5、【正解】 $L = mL^2\omega$

【解析】



\because 盘线 A、 ω 角速度转 \Rightarrow 盘平动

$\Rightarrow L = P \cdot l = m(\omega l) \cdot t = mL^2\omega$

【考试点】 动量矩.



三、判断题（共 20 分，10 小题每小题 2 分，只写“对”或“错”）

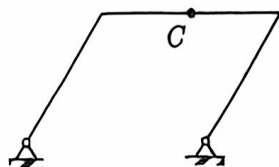
1、【正解】√

【解析】加速度在密切面内，作平面运动，所以副法线上投影恒等于 0

【考试点】点的运动学.

2、【正解】×

【解析】反例：



C 点的运动

【考试点】刚体运动学.

3、【正解】√

【解析】 $v = \omega r$ $a_r = \omega^2 r$

【考试点】点的运动学.

4、【正解】×

【解析】也可能是平动

【考试点】刚体运动学.

5. 【正解】：×

【解析】：平动是所有点的轨迹都平行，但各点的运动轨迹不一定在同一平面内

【考试点】：刚体的平面运动与平动

6、【正解】√

【解析】略

【考试点】动量.

7、【正解】×

【解析】也可能为静止

【考试点】运动学.

8、【正解】√

【解析】概念

【考试点】质量、转动惯量.

9、【正解】×

【解析】也可能为主动力作正功

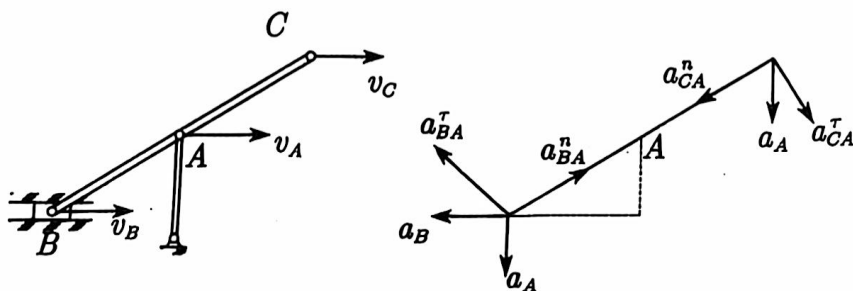
【考试点】摩擦力.

10. 【正解】：×

【解析】：非保守内力做功会改变质点系的内能

【考试点】：功能关系

四、【解析】



$\therefore v_B$ 向右与 v_A 同向 $\Rightarrow v_O$ 向右, $v_O = v_B = v_A = l\omega_0$

A 为基点, 对 B 点, $\therefore BC$ 杆平动 $\Rightarrow a_{BA}^B = 0$

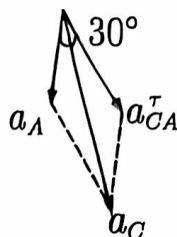
$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^B$

又 a_B 向左 $a_A = l\omega_0^2 \Rightarrow a_{BA}^B = \frac{2l\omega_0^2}{\sqrt{3}}$

对 C 点: $\vec{a}_C = \vec{a}_A + \vec{a}_{CA}^T + \vec{a}_{CA}^N$

$a_{CA}^N = 0 \quad a_{CA}^T = a_{BA}^T$

$a_C = \sqrt{\frac{13}{3}} l\omega_0^2$



【考试点】 点的运动学, 刚体运动学.

五、【解析】 $T = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_C^2 + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \rho^2 \cdot \left(\frac{v_C}{r} \right)^2$

$dT = \frac{1}{2} \frac{W}{g} 2v_C \cdot a_C dt + \frac{1}{2} \frac{W\rho^2}{gr^2} \cdot 2v_C \cdot a_C dt$

$dT = \delta W = W \cdot \cos\theta v_C dt - fW \sin\theta \frac{R+r}{r} v_C dt$

$a_C = 1.291 \text{ m/s}^2$ 方向沿斜面向下

注: O 处轮子的瞬心 $\Rightarrow T$ 不做功

【考试点】 动能定理

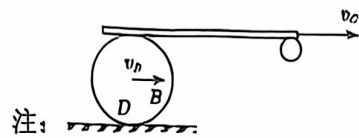
六、【解析】 $T = \left[\frac{1}{2} P v_C^2 \right] + \left[\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} P r^2 \right) \times \left(\frac{v_C}{r} \right)^2 \right] + \left[\frac{1}{2} Q \left(\frac{v_C}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} Q R^2 \right) \left(\frac{v_C}{2R} \right)^2 \right]$

$dT = \delta W = M d\theta = M \cdot \left(\frac{v_C}{2R} \right) dt$

$dT = \frac{3}{2} P v_C a_C dt + \frac{3}{8} Q v_C a_C dt$

$a_C = \frac{4M}{(12P + 3Q)R}$





注:

$$v_D = 0$$

$$\omega_B = \frac{v_C}{2R}$$

$$\omega_O = \frac{v_C}{r}$$

【考试点】 动能定理.



2012-2013 学年第一学期期末考试试卷

一、判断题 (共 10 道题, 每题 2 分)

- 1、(X) 点在运动过程中, 若速度大小等于常量, 则加速度必然等于零。
- 2、(X) 定轴转动刚体的转轴一定与刚体相交。
- 3、(X) 平动刚体上各点的运动轨迹可以是直线, 可以是平面曲线, 也可以是空间任意曲线。
- 4、(X) 刚体上任意两点的速度在这两点连线上的投影相等。
- 5、(✓) 当牵连运动为平动时, 相对加速度等于相对速度对时间的一阶导数。
- 6、(X) 质量为 m 的质点沿方向不变的力 F 方向作直线运动。当 F 力的大小逐渐减小时, 则质点的运动越来越慢。
- 7、(X) 质点系中各质点都处于静止时, 质点系的动量为零。于是可知如果质点系的动量为零, 则质点系中各质点必须静止。
- 8、(X) 圆盘沿固定轨道作纯滚动时, 轨道对圆盘一定作用有静摩擦力。
- 9、(✓) 机车在由静止到运动的过程中, 如果车轮打滑, 作用在主动轮。上向前的摩擦力作正功。
- 10、(X) 如果某质点系的动能很大, 则该质点系的动量也很大。

二、选择题 (共 5 道题, 每题 4 分)

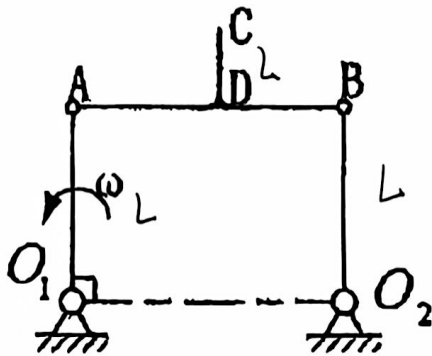
1、平行四连杆机构如图所示: $O_1O_2 = AB = 2L$, $O_1A = O_2B = DC = L$ 。 O_1A 杆以 ω 绕 O_1 轴匀速转动。在图示位置, C 点的加速度为 ()。

A、0

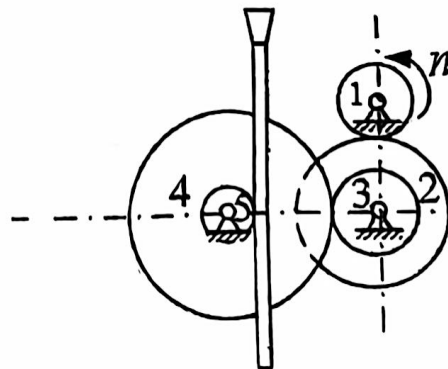
B、 $L\omega^2$

C、 $2L\omega^2$

D、 $\sqrt{5}L\omega^2$



选择题第 1 题图



选择题第 2 题图

2、主动齿轮 1 的转速 $n = 30 \text{ r/min}$, 通过齿轮 5 带动齿条, 如图所示。齿轮 1、2、3、4 的齿数分别为 $z_1 = 6$ 、 $z_2 = 24$ 、 $z_3 = 8$ 、 $z_4 = 32$, 齿轮 5 的半径为 40 mm , 则齿条的速度大小 v ()。



A、 $v = 2010.62 \text{ mm/s}$

B、 $v = 125.66 \text{ mm/s}$

C、 $v = 7.85 \text{ mm/s}$

D、 $v = 3.93 \text{ mm/s}$

3、在南半球纬度为 30° 处有一河流，河水沿着与正东向成 30° 的方向流动，流速为 v_r ，考虑地球自转的影响，河流对（ ）冲刷比较显著。

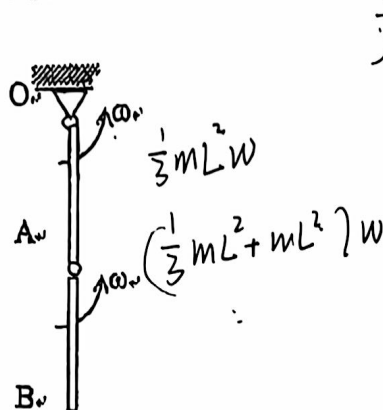
A、左岸

B、右岸

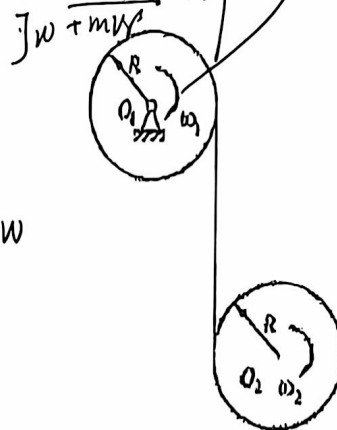
C、左右两岸一样

D、无法确定

4、图示两均质细杆 OA 与 AB 铰接于 A，在图示位置时，OA 杆绕固定轴 O 转动的角速度为 ω ，AB 杆相对于 OA 杆的角速度亦为 ω ，O、A、B 三点位于同一铅直线上。已知 OA 和 AB 两杆的质量均为 m ，它们的长度均为 L ，则该系统此时对 O 轴的动量矩大小为（ ）。



选择题第 4 题图



选择题第 5 题图

A、 $L_o = 7mL^2\omega/2$

B、 $L_o = 11mL^2\omega/4$

C、 $L_o = 8mL^2\omega/3$

D、 $L_o = 5mL^2\omega/3$

5、图示两均质轮的质量皆为 m ，半径皆为 R ，用不计质量的绳绕在一起，两轮角速度分别为 ω_1 和 ω_2 ，则系统动能为（ ）。

A、 $T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} mR^2 \right) \omega_1^2 + \frac{1}{2} m(R\omega_2)^2$

B、 $T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} mR^2 \right) \omega_1^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} mR^2 \right) \omega_2^2$

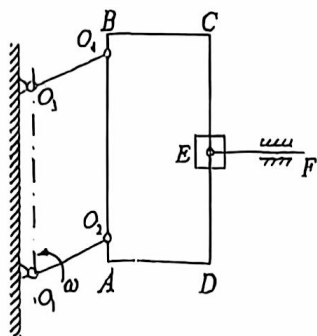
C、 $T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} mR^2 \right) \omega_1^2 + \frac{1}{2} m(R\omega_2)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} mR^2 \right) \omega_2^2$

D、 $T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} mR^2 \right) \omega_1^2 + \frac{1}{2} m(R\omega_1 + R\omega_2)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} mR^2 \right) \omega_2^2$

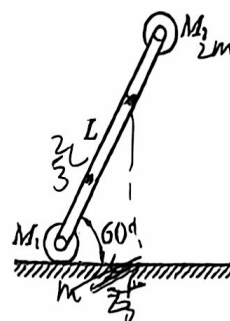


三、填空题 (共 5 道题, 每题 4 分)

1、如图所示机构中 $O_1O_2 \parallel O_3O_4$, $O_1O_2 = O_3O_4$, 若以套筒 E 为动点, 方框 ABCD 为动系, 则动点的绝对运动是_____, 相对运动是_____, 牵连运动是_____.



填空题第 1 题图

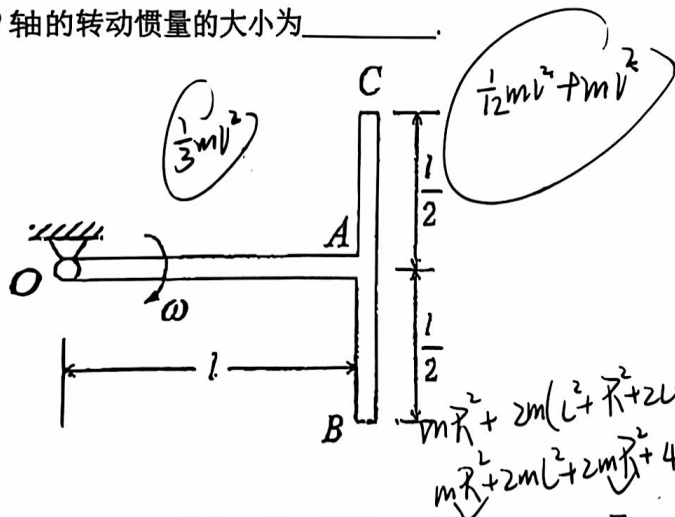


填空题第 3 题图

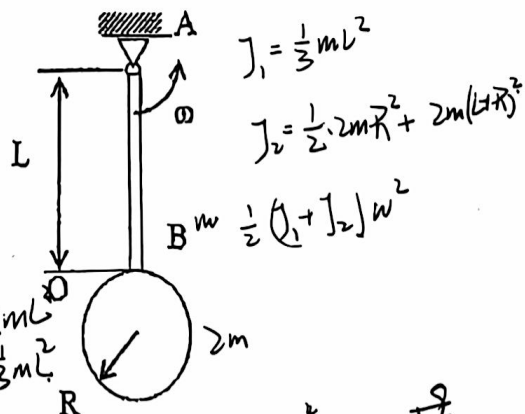
2、刚体平面运动通常分解为_____和_____。其中_____与基点选择无关, _____与基点选择有关.

3、质量分别为 $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ 的两个小球 M_1, M_2 用长为 L 而重量不计的刚杆相连。现将 M_1 置于光滑水平面上, 且 M_1, M_2 与水平面成 60° 角。则当无初速释放, M_2 球落地时, M_1 球移动的水平距离为_____.

4、两匀质细杆 OA 和 BC 的质量均为 $m = 8\text{kg}$, 长度均为 $l = 0.5\text{m}$ 固连成图所示的 T 字形构件, 可绕通过点 O 的水平轴转动。当杆 OA 处于图示水平位置时, 该构件的角速度 $\omega = 4\text{rad/s}$ 。则该构件对 O 轴的转动惯量的大小为_____.



填空题第 4 题图



填空题第 5 题图

5、图示均质细杆 AB 上固连一均质圆盘, 并以匀角速 ω 绕固定轴 A 转动。设 AB 杆的质量为 m , 长 $L = 4R$; 圆盘质量 $M = 2m$, 半径为 R , 则该系统的动能 T 为_____.

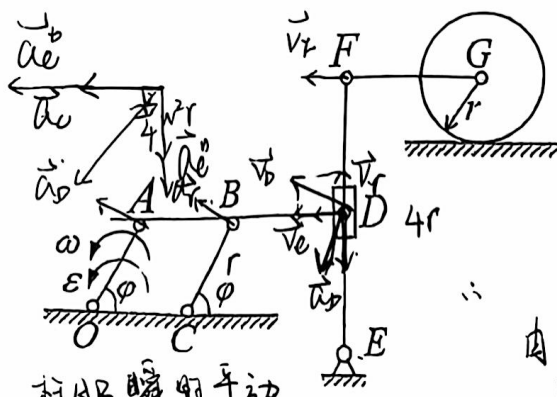


$$a_D = \omega^2 r \quad \frac{\omega^2 r}{2} = \frac{a_D}{2} + \frac{1}{4} \omega^2 r$$

四、综合题 (共3道题, 1、2小题每题15分, 3小题10分)

1、在图示平面机构中, 已知: $\omega = 2 \text{ rad/s}$, $\varepsilon = 0$, 曲柄 $OA = CB = r = 0.25 \text{ m}$, $EF = 4r$, 轮 G 作纯滚动. 当 $\varphi = 60^\circ$ 时, FG 水平, EF 铅直, 且 D 在 EF 中点.

试求该瞬时的轮心速度 v_G 、加速度 a_G . (15分)



$$\vec{v}_E = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega r$$

$$\vec{v}_D = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega r$$

$$\therefore v_D = v_A = \omega r$$

$$\text{以D为动点 EF为导杆}$$

$$\vec{v}_D = \vec{v}_E + \vec{v}_r$$

$$\vec{v}_E = \frac{\sqrt{3}}{2} \vec{v}_D = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega r$$

$$\therefore \omega_E = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega$$

$$\vec{v}_F = \sqrt{3} \omega r$$

$$\text{由瞬心法求得}$$

$$FG \text{ 瞬时平动}$$

$$\therefore \vec{v}_G = \vec{v}_F = \sqrt{3} \omega r$$

$$\text{由AB瞬时平动: } \vec{v}_{AB} = 0, \vec{\omega}_{AB} = 0$$

$$\therefore \vec{a}_D = \vec{a}_A = \omega^2 r$$

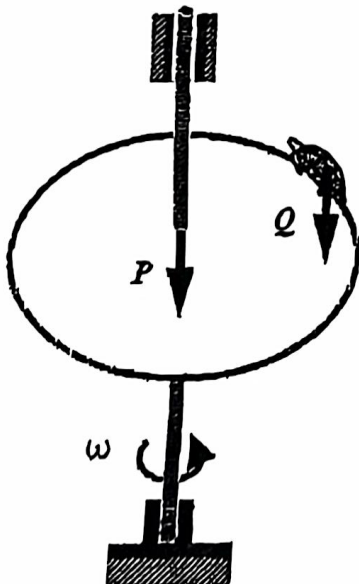
$$\vec{a}_A = \vec{a}_E + \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

$$\therefore \vec{a}_D = \vec{a}_E + \vec{a}_r + \vec{a}_t$$

$$\therefore \vec{a}_E = \vec{a}_D \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \omega^2 r$$

$$= \omega r \times \frac{\sqrt{3}}{4} \omega = \frac{\sqrt{3}}{4} \omega^2 r$$

2、一水平圆盘可绕通过圆心的铅垂轴 z 无摩擦的转动. 重量为 Q 的乌龟以相对圆盘的速度 v 沿盘边走动. 盘的半径为 R , 初始时刻系统处于静止. 若圆盘重为 P , 求圆盘的角速度? (15分)



$$\frac{Q}{g} v R = J \omega$$

$$J = \frac{1}{2} m R^2$$

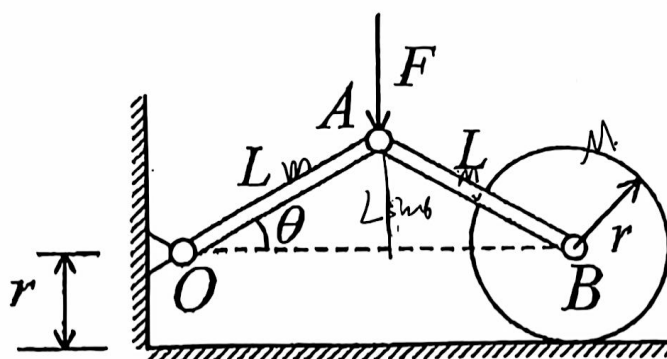
$$= \frac{1}{2} \frac{P}{g} R^2$$

$$\frac{Q}{g} v R = \frac{1}{2} \frac{P}{g} R^2 \omega$$

$$\omega = \frac{2 Q v}{P R}$$



3、如图所示，平面机构的曲柄 OA 和连杆 AB 被看作相同的匀质杆，其质量均为 m ，在 B 点铰接一滚子，其质量为 M ，可看作匀质圆盘，它沿水平面作纯滚动。现有一常力 F 作用在 A 铰上，此时机构由图示位置（ θ 角）从静止开始释放。试求当 O、A、B 三点在一水平线上时，曲柄和连杆的角速度。（10 分）



$$v_B = 0$$

$$J_A = \frac{1}{3} mL^2$$

$$J_B = \frac{1}{3} mL^2 + m \left(\frac{2}{3} L \right)^2$$

$$= \frac{1}{3} mL^2 + \frac{4}{3} mL^2$$

$$T_1 = \frac{1}{2} J_A \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} mL^2 \omega^2$$

还有重力

$$FL \sin \theta = \frac{1}{2} mL^2 \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2FL \sin \theta}{mL^2}}$$



2012-2013 学年第一学期期末考试试卷参考答案

一、判断题（共 10 道题，每题 2 分）

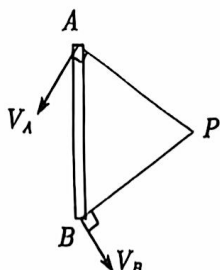
1、【正解】×

【解析】反例：匀速圆周运动，存在向心加速度

【考试点】 点的运动学.

2、【正解】×

【解析】反例：



AB 在 P 点作定轴转动，P 在 AB 外，不与 AB 相交

【考试点】 刚体运动学.

3、【正解】√

【解析】只要满足刚体自身角速度为 0 即可，与轨迹无关

【考试点】 刚体运动学.

4、【正解】√

【解析】刚体速度投影定理

【考试点】 刚体运动学.

5、【正解】√

$$\text{【解析】 } a_r = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v'_r - v_r}{\Delta t} = \frac{dv_r}{dt}$$

【考试点】 点的运动学.

6、【正解】×

【解析】只有加速度的大小在逐渐变小，速度可能越来越快

【考试点】 点的运动学.

7、【正解】×

【解析】质点系动量为 0，只能说明各质点动量的矢量和为 0

【考试点】 动量.

8. 【正解】：×

【解析】：圆盘作纯滚动时只需满足 $v_c = \omega r$ 即可，若 $a_c = 0$ ，则轨道对圆盘没有静摩擦力。注意：动力学不用考虑静力学中的滚动摩擦。

【考试点】：刚体平面运动

9、【正解】√

【解析】车轮打滑，则车受到摩擦力方向向前，即做正功

【考试点】 摩擦力.

10、【正解】×

【解析】动能为各质点动能代数和

动量为各质点动量的矢量和

【考试点】 动能、动量.



二、选择题（共5道题，每题4分）

1、【正解】B

【解析】 ABO_2O_1 做平动， $a_C = a_A = \omega^2 L$

【考试点】刚体运动学.

2. 【正解】: C

【解析】: 由 $n = 30 \text{ r/min}$ 得 $\omega_1 = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2\pi \times 30}{60} = \pi \text{ rad/s}$; 由 $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2}$ 得 $\omega_2 = \frac{z_1}{z_2} \omega_1 = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$; 则 $\omega_3 = \omega_2 = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$; 由 $\frac{\omega_4}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_4}$ 得 $\omega_4 = \frac{z_3}{z_4} \omega_3 = \frac{\pi}{16} \text{ rad/s}$; 则 $\omega_4 = \omega_3 = \frac{\pi}{16} \text{ rad/s}$; 所求 $v = \frac{\pi}{16} \times 40 = 2.5\pi = 7.85 \text{ mm/s}$

【考试点】: 齿轮传动比

3、【正解】B

【解析】



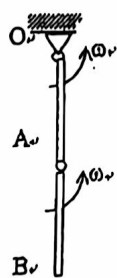
顺河流方向看 a_c 指向左侧，右岸对河有力。

由相互作用力，河对右岸有力。

【考试点】科氏加速度.

4、【正解】A

【解析】



对 OA: $L_{O1} = \frac{1}{3} mL^2 \cdot \omega$

对 AB:

$$L_{O2} = r_c \times mv_c + J_c \omega = \frac{3}{2} L \times m \times \left(\omega L + 2\omega \frac{L}{2} \right) + \frac{1}{12} mL^2 \cdot 2\omega = \frac{19}{6} mL^2 \omega$$

$$L_O = L_{O1} + L_{O2} = \frac{7}{2} mL^2 \omega$$

【考试点】动量矩.



5、【正解】D

【解析】

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m R^2 \right) \omega_1^2 + \frac{1}{2} m (R\omega_1 + R\omega_2)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} m R^2 \right) \omega_2^2$$

\downarrow
轮1动能

\downarrow
轮2质心动能
或平动动能

\downarrow
轮2转动动能

【考试点】 动能.

三、填空题（共5道题，每题4分）

1、【正解】直线运动；直线运动；平面运动

【解析】E点只能水平运动，所以绝对运动为直线运动
相对运动为E在CD上的滑动，为直线运动
牵连运动为ADCB的运动，ADCB作平面运动。

【考试点】 点的运动学.

2、【正解】随基点的平动；绕基点的转动；绕基点的转动；随基点的平动

【解析】刚体平面运动的基点法

【考试点】 刚体运动学.

3、【正解】 $\frac{L}{3}$

【解析】水平方向不受力，质心水平位置不变

$$x = \frac{2m \cdot \frac{L}{2}}{m_1 + 2m} = \frac{L}{3}$$

初始质心在 $\frac{L}{3}$ 处

$$x' = \frac{2m \cdot L}{m_1 + m_2} = \frac{2L}{3}$$

$$\therefore \Delta x = x' - x = \frac{L}{3}$$

【考试点】 质心运动定理.

4、【正解】 $\frac{17}{6} \text{kg} \cdot \text{m}^2$

$$\text{【解析】 } J = \frac{1}{3} ml^2 + \left[\frac{1}{12} ml^2 + ml^2 \right]$$

$$= \frac{17}{12} ml^2 = \frac{17}{6} \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

【考试点】 转动惯量，平行轴定理.



5、【正解】 $\frac{169}{6}m\omega^2 R^2$

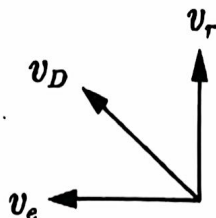
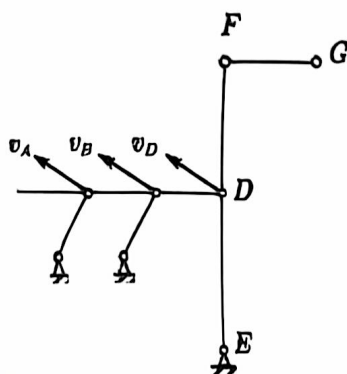
【解析】 $T = \frac{1}{2}J_A\omega^2 + \frac{1}{2}Mv_O^2 + \frac{1}{2}J_O\omega^2$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\omega^2(4R)^2\omega^2 + \frac{1}{2} \times 2m \times (\omega 5R)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2mR^2\omega^2 = \frac{169}{6}m\omega^2 R^2$$

【考试点】 动能.

四、综合题 (共3道题, 1、2小题每题15分, 3小题10分)

1、【解析】



$$v_D = v_A = v_B = \omega \cdot r$$

动点 D, 动系 FE

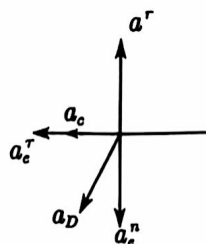
$$\therefore v_e = \frac{\sqrt{3}}{2}v_D \Rightarrow v_G = v_F = 2v_e = \sqrt{3}\omega \cdot r = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{m/s}, \text{ 在水平方向上}$$

$$a_D = r\omega^2$$

$$a_e = 2\omega_{EF} \cdot v_r = \frac{\sqrt{3}}{4}\omega \cdot 2 \cdot \frac{\omega r}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}\omega^2 r$$

$$\frac{a_D}{2} = a_e + a_e^r \Rightarrow a_e^r = \frac{2-\sqrt{3}}{4}r\omega^2$$

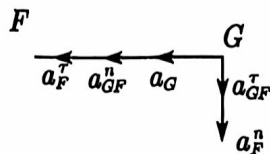
F 点 $\begin{matrix} a_F^r \\ a_F^n \end{matrix}$ $a_F^r = 2a_e^r = \frac{2-\sqrt{3}}{2}r\omega^2$, 在水平方向



F 为基点

$$a_{GF}^n = 0 \quad \therefore FG \text{ 平动}$$

$$a_G = a_F^r = \frac{2-\sqrt{3}}{2}r\omega^2 = 1.34\text{m/s}^2$$



【考试点】 点的运动学, 刚体运动学.



2. 【解析】：由动量矩守恒得： $\frac{1}{2} \cdot \frac{P}{g} R^2 \omega - \frac{Q}{g} (v + \omega R) R = 0$

$$\text{解得 } \omega = \frac{2Qv}{(P+2Q)R}$$

【考试点】：动量矩守恒

3. 【解析】：由动能定理得 $FL \sin \theta + 2mg \frac{L}{2} \sin \theta = 2 \times \frac{1}{3} mL^2 \omega^2$

$$\text{解得 } \omega = \sqrt{\frac{3 \sin \theta (F+mg)}{2mL}}$$

【考试点】：动能定理



哈尔滨工程大学试卷一

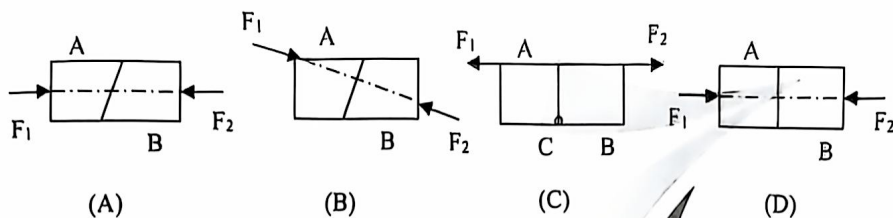
考试科目: 理论力学自主考试试卷

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							
评卷人							

考卷注意事项: 本考试有两张大尺寸考试用纸组成, 正反两面印刷, 每面均有试题, 卷面标明共 8 页, 100 分。装订不能拆开, 否则按零分论处。草纸不收。

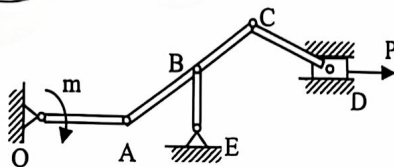
一 选择题(共 44 分, 11 小题每小题 4 分)

1. 图示 A、B 两物体, 自重不计; 分别以光滑面相靠或用铰链 C 相联接, 受两等值、反向且共线的力 F_1 、 F_2 的作用。以下四种由 A、B 所组成的系统中, _____ 是平衡的。



2. 图示机构中各杆的自重均忽略不计。其中 _____ 是二力构件。

- (A) OA;
- (B) ABC;
- (C) BE;
- (D) CD。

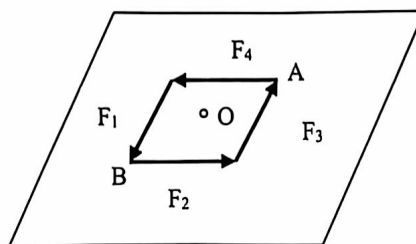


3. 以下四种说法, _____ 是正确的。

- (A) 力在平面内的投影是个矢量;
- (B) 力对轴之矩等于力对任一点之矩的矢量在该轴上的投影;
- (C) 力在平面内的投影是个代数量;
- (D) 力偶对任一点 O 之矩与该点在空间的位置有关。

4. 图示为作用在刚体上的四个大小相等且互相垂直的力(F_1, F_2, F_3, F_4), $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F$ 所组成的平面任意力系, 其简化的最后结果为 _____。

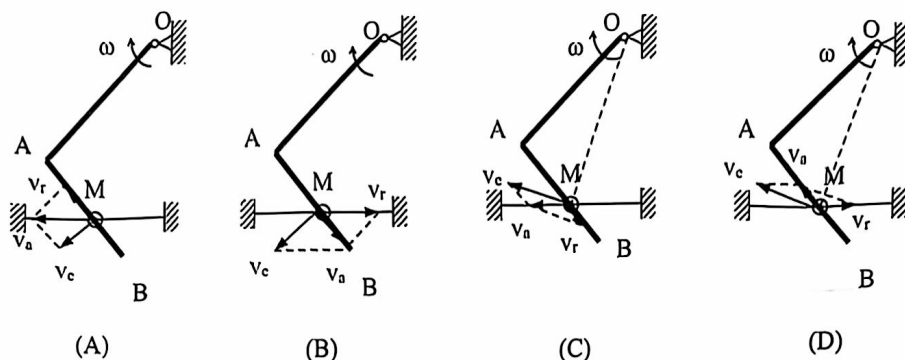
- (A) 过 O 点的合力;
- (B) 力偶;
- (C) 平衡;
- (D) 过 A 点的合力。



5. 平移刚体上点的运动轨迹, _____。

- (A) 必为直线;
- (B) 必为平面曲线;
- (C) 不可能是空间曲线;
- (D) 可能是空间曲线。

6. 图示机构中, 直角形杆 OAB 在图示位置的角速度为 ω , 其转向为顺时针向。取小环 M 为动点, 动系选为与直角形杆 OAB 固连, 则以下四图中的动点速度平行四边形, _____是正确的。



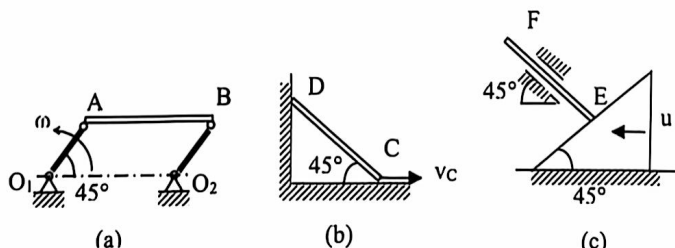
7. 将刚体平面运动分解为平移和转动, 它相对于基点 A 的角速度和角加速度分别用 ω_A 和 ε_A 表示, 而相对于基点 B 的角速度和角加速度分别用 ω_B 和 ε_B 表示, 则_____。

- (A) $\omega_A = \omega_B, \varepsilon_A = \varepsilon_B$;
- (B) $\omega_A = \omega_B, \varepsilon_A \neq \varepsilon_B$;
- (C) $\omega_A \neq \omega_B, \varepsilon_A = \varepsilon_B$;
- (D) $\omega_A \neq \omega_B, \varepsilon_A \neq \varepsilon_B$ 。

8. 若质点受力 F_1, F_2, \dots, F_n 作用, 其合力 $R = \sum F$, 则_____。

- (A) 质点运动的方向必与合力 R 的方向相同;
- (B) R 越大, 质点的速度 v 必然越大;
- (C) R 越大, 质点的加速度 a 必然越大;
- (D) 质点的加速度 a 的方向可能与 R 的方向相同, 也可能与 R 的方向不同。

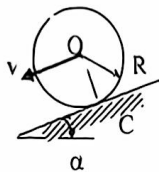
9. 图 a 所示机构中, $O_1A \perp O_2B$, 且 $O_1A = O_2B = 10\text{cm}$, 曲柄 O_1A 以匀角速度 $\omega = \sqrt{2}\text{rad/s}$ 绕 O_1 轴朝逆时针向转动, O_1, O_2 位于同一水平线上。图 b 所示 CD 杆的 C 端沿水平面向右滑动, 其速度大小 $v_C = 20\text{cm/s}$, D 端沿铅直墙滑动。图 c 所示 EF 杆在倾角为 45° 的导槽内滑动, 楔块以匀速 $u = 20\text{cm/s}$ 沿水平面向左移动。设 AB、CD、EF 三均质杆的重量相等, 在图示位置时, 它们的动量矢量分别用 K_{AB}, K_{CD}, K_{EF} 表示, 则_____。



(A) $K_{AB} = K_{CD} \neq K_{EF}$; (B) $K_{AB} = K_{EF} \neq K_{CD}$; (C) $K_{AB} \neq K_{CD} \neq K_{EF}$; (D) $K_{AB} = K_{CD} = K_{EF}$.

10. 图示一均质圆盘的质量为 m , 半径为 R , 沿倾角为 α 的斜面滚动而无滑动。已知轮心 O 的速度大小为 v , 则它对斜面上与轮的接触点 C 的动量矩大小 G_C 为_____。

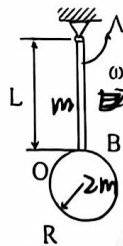
- (A) $G_C = mRv/2$;
 (B) $G_C = mRv$;
 (C) $G_C = 3mRv/2$;
 (D) $G_C = 5mRv/2$.



$m v R$
 J_w

11. 如图所示均质细杆 AB 上固连一均质圆盘, 并以角速 ω 绕固定轴 A 转动。设 AB 杆的质量为 m , 长 $L=4R$; 圆盘质量 $M=2m$, 半径为 R , 则该系统的动能为_____。

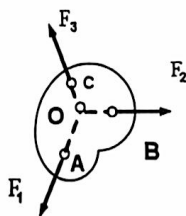
- (A) $T = \frac{169}{6} mR^2 \omega^2$
 (B) $T = \frac{121}{6} mR^2 \omega^2$
 (C) $T = \frac{83}{3} mR^2 \omega^2$
 (D) $T = \frac{19}{6} mR^2 \omega^2$



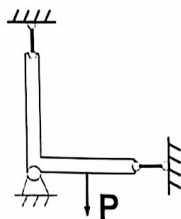
$J_1 = \frac{1}{2} m \cdot 16 R^2$
 $J_2 = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot R^2 + 2m \cdot 25 R^2$
 $= \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot R^2 + 2m \cdot 25 R^2$
 $= m R^2 + 50 m R^2$
 $= 51 m R^2$
 $T = \frac{1}{2} J \omega^2$
 $= \frac{1}{2} \cdot 102 m R^2 \omega^2$
 $= 51 m R^2 \omega^2$

二 判断题 (共 20 分, 10 小题每小题 2 分, 只写“对”或“错”)

1. () 力的可传性原理既适用于刚体, 又适用于变形体。
 2. () 如图所示共面力系, 三个力汇交于一点, 各力都不等于零, 则该力系平衡。



题 2 图



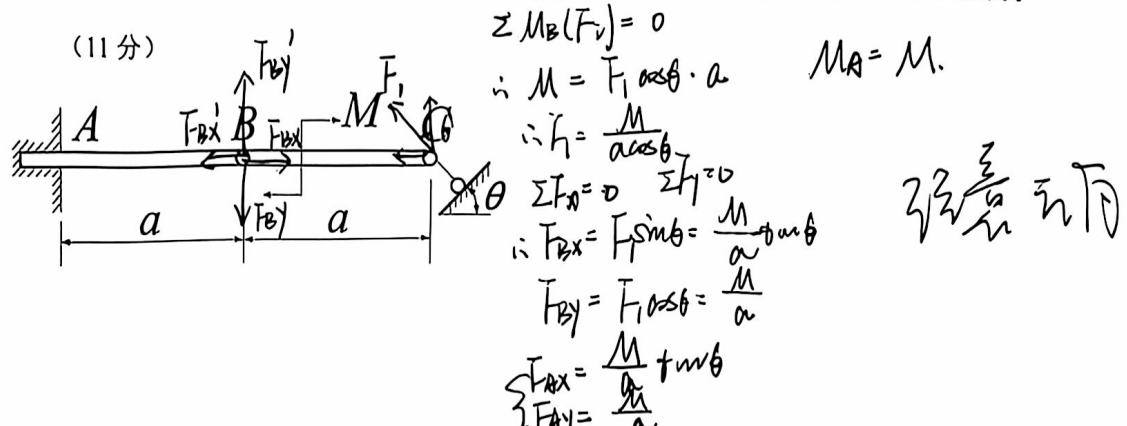
判断题 3 图

3. () 图示位置可以平衡。
 4. () 摩擦力的方向总是和物体运动的方向相反。
 5. () 点作曲线运动时, 其加速度等于速度对时间的导数。
 6. () 只有牵连运动为平动时, 点的速度合成定理 $\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$ 才成立。
 7. () 刚体的平动和定轴转动都是刚体平面运动的特殊情形。
 8. () 只知道作用在质点上的力, 就能确定质点在任一瞬间的运动状态。

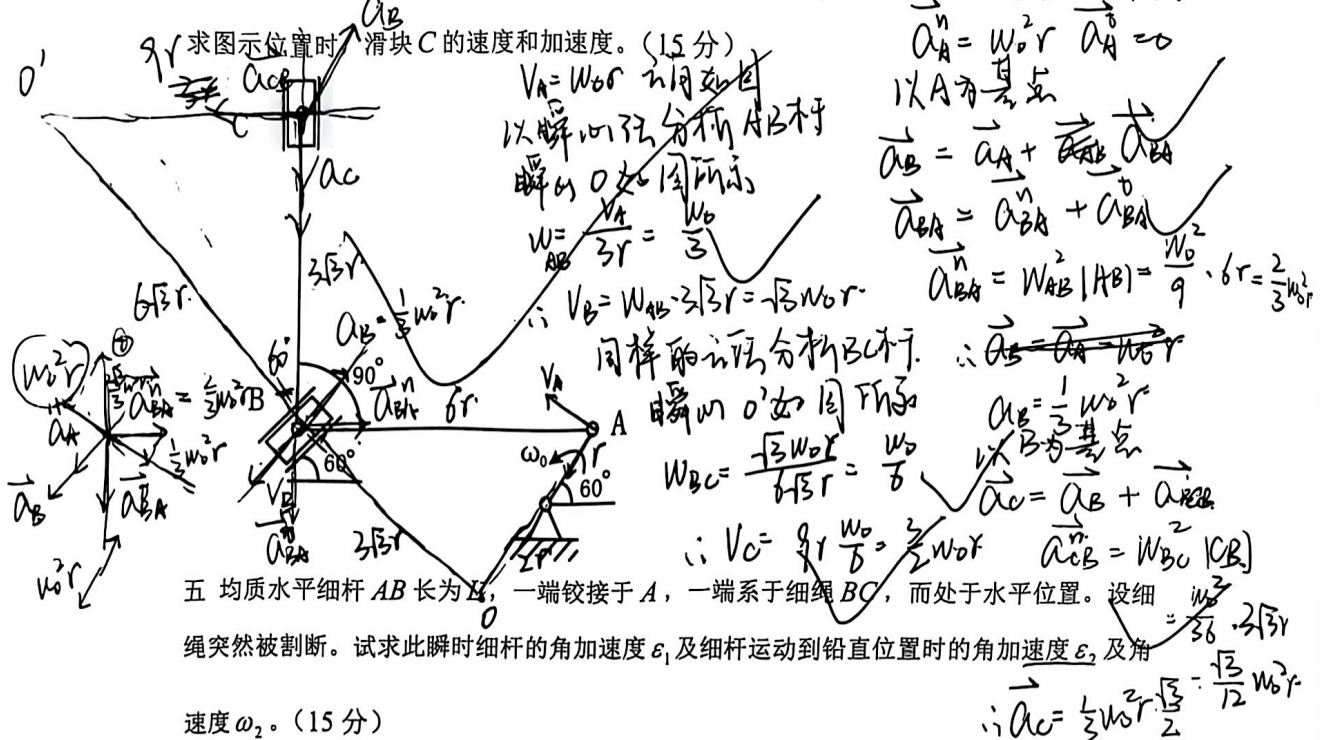


9. () 定轴转动刚体的动量矩, 等于刚体对转轴的转动惯量与刚体角速度的乘积。
10. () 若平面运动刚体所受外力系对质心的主矩为零, 刚体只能平动。

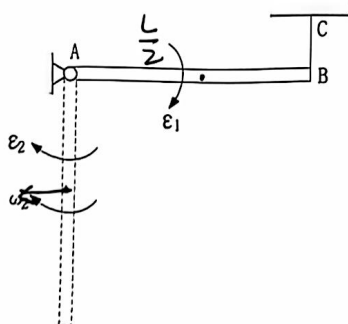
三 在图示连续梁中, 已知 q , M , a 和 θ , 不计梁的自重, 求连续梁在 A, C 两处的约束力。



四 在图示机构中, 曲柄 OA 长为 r , 绕 O 轴以等角速度 ω_0 转动, $AB = 6r$, $BC = 3\sqrt{3}r$ 。



五 均质水平细杆 AB 长为 L , 一端铰接于 A, 一端系于细绳 BC, 而处于水平位置。设细绳突然被割断。试求此瞬时细杆的角加速度 ε_1 及细杆运动到铅直位置时的角加速度 ε_2 及角速度 ω_2 。(15 分)



$$mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} m v^2$$

$$v = \sqrt{gL}$$

$$\omega = \frac{\sqrt{gL}}{\frac{L}{2}}$$

$$\varepsilon_2 = \omega^2 \cdot L$$



哈尔滨工程大学试卷

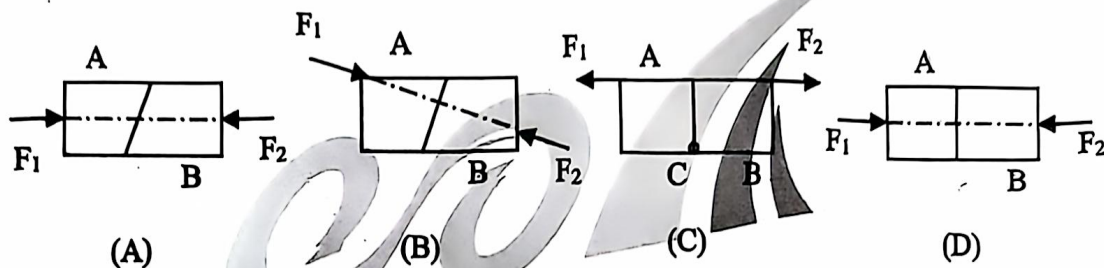
考试科目: 理论力学自主考试标准答案及评分标准

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							
评卷人							

考卷注意事项: 本考试有两张大尺寸考试用纸组成, 正反两面印刷, 每面均有试题, 卷面标明共 8 页, 100 分。装订不能拆开, 否则按零分论处。草纸不收。

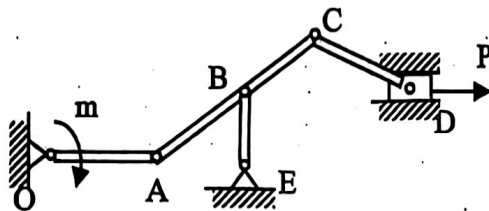
一 选择题(共 44 分, 11 小题每小题 4 分)

1. 图示 A、B 两物体, 自重不计, 分别以光滑面相靠或用铰链 C 相联接, 受两等值、反向且共线的力 F_1 、 F_2 的作用。以下四种由 A、B 所组成的系统中, BD 是平衡的。



2. 图示机构中各杆的自重均忽略不计。其中 CD 是二力构件。

- (A) OA;
- (B) ABC;
- (C) BE;
- (D) CD。



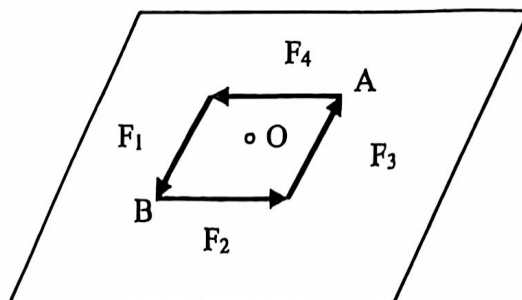
3. 以下四种说法, A 是正确的。

- (A) 力在平面内的投影是个矢量;
- (B) 力对轴之矩等于力对任一点之矩的矢量在该轴上的投影;
- (C) 力在平面内的投影是个代数量;
- (D) 力偶对任一点 O 之矩与该点在空间的位置有关。



4. 图示为作用在刚体上的四个大小相等且互相垂直的力(F_1, F_2, F_3, F_4), $F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F$ 所组成的平面任意力系, 其简化的最后结果为 B。

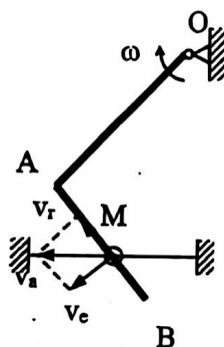
- (A) 过 O 点的合力;
(B) 力偶;
(C) 平衡;
(D) 过 A 点的合力。



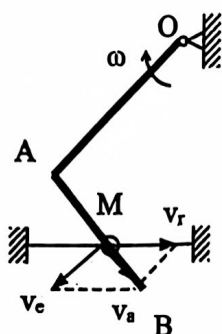
5. 平移刚体上点的运动轨迹, D。

- (A) 必为直线;
(B) 必为平面曲线;
(C) 不可能是空间曲线;
(D) 可能是空间曲线。

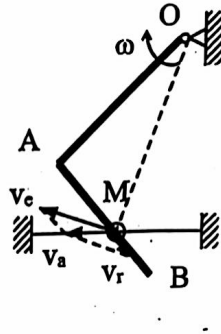
6. 图示机构中, 直角形杆 OAB 在图示位置的角速度为 ω , 其转向为顺时针向。取小环 M 为动点, 动系选为与直角形杆 OAB 固连, 则以下四图中的动点速度平行四边形, C 是正确的。



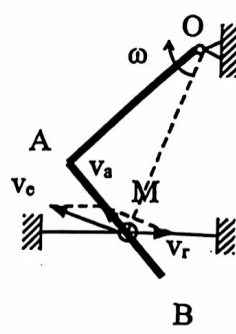
(A)



(B)



(C)



(D)

7. 将刚体平面运动分解为平移和转动, 它相对于基点 A 的角速度和角加速度分别用 ω_A 和 ε_A 表示, 而相对于基点 B 的角速度和角加速度分别用 ω_B 和 ε_B 表示, 则 A。

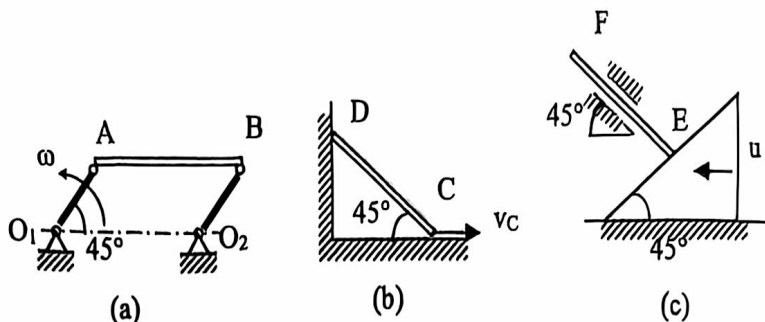
- (A) $\omega_A = \omega_B, \varepsilon_A = \varepsilon_B$;
(B) $\omega_A = \omega_B, \varepsilon_A \neq \varepsilon_B$;
(C) $\omega_A \neq \omega_B, \varepsilon_A = \varepsilon_B$;
(D) $\omega_A \neq \omega_B, \varepsilon_A \neq \varepsilon_B$ 。

8. 若质点受力 F_1, F_2, \dots, F_n 作用, 其合力 $R = \sum F$, 则 A。

- (A) 质点运动的方向必与合力 R 的方向相同;
(B) R 越大, 质点的速度 v 必然越大;
(C) R 越大, 质点的加速度 a 必然越大;
(D) 质点的加速度 a 的方向可能与 R 的方向相同, 也可能与 R 的方向不同。



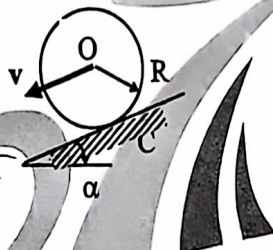
9. 图 a 所示机构中, O_1A/O_2B , 且 $O_1A=O_2B=10\text{cm}$, 曲柄 O_1A 以匀角速度 $\omega=\sqrt{2}\text{rad/s}$ 绕 O_1 轴朝逆时针向转动, O_1 、 O_2 位于同一水平线上。图 b 所示 CD 杆的 C 端沿水平面向右滑动, 其速度大小 $v_C=20\text{cm/s}$, D 端沿铅直墙滑动。图 c 所示 EF 杆在倾角为 45° 的导槽内滑动, 契块以匀速 $u=20\text{cm/s}$ 沿水平面向左移动。设 AB 、 CD 、 EF 三均质杆的重量相等, 在图示位置时, 它们的动量矢量分别用 K_{AB} 、 K_{CD} 、 K_{EF} 表示, 则 B。



- (A) $K_{AB}=K_{CD}\neq K_{EF}$; (B) $K_{AB}=K_{EF}\neq K_{CD}$; (C) $K_{AB}\neq K_{CD}\neq K_{EF}$; (D) $K_{AB}=K_{CD}=K_{EF}$.

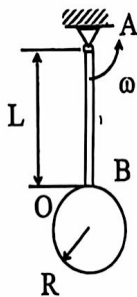
10. 图示一均质圆盘的质量为 m , 半径为 R , 沿倾角为 α 的斜面滚动而无滑动。已知轮心 O 的速度大小为 v , 则它对斜面上与轮的接触点 C 的动量矩大小 G_C 为 C。

- (A) $G_C=mRv/2$;
(B) $G_C=mRv$;
(C) $G_C=3mRv/2$;
(D) $G_C=5mRv/2$.



11. 如图所示均质细杆 AB 上面连一均质圆盘, 并以匀角速 ω 绕固定轴 A 转动。设 AB 杆的质量为 m , 长 $L=4R$, 圆盘质量 $M=2m$, 半径为 R , 则该系统的动能 T 为 A。

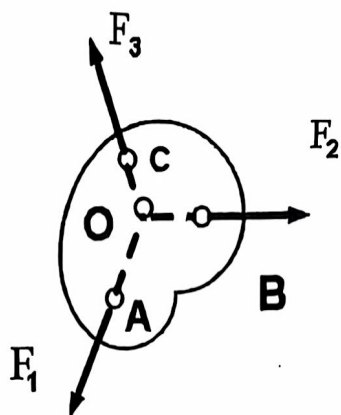
- (A) $T=\frac{169}{6}mR^2\omega^2$
(B) $T=\frac{121}{6}mR^2\omega^2$
(C) $T=\frac{83}{3}mR^2\omega^2$
(D) $T=\frac{19}{6}mR^2\omega^2$



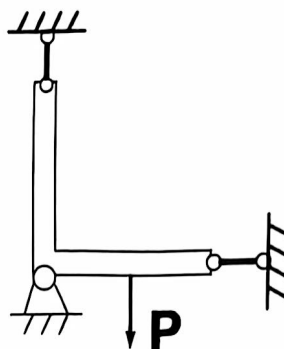
二 判断题(共 20 分, 10 小题每小题 2 分, 只写“对”或“错”)

- (错) 力的可传性原理既适用于刚体, 又适用于变形体。
- (错) 如图所示共面力系, 三个力汇交于一点, 各力都不等于零, 则该力系平衡。



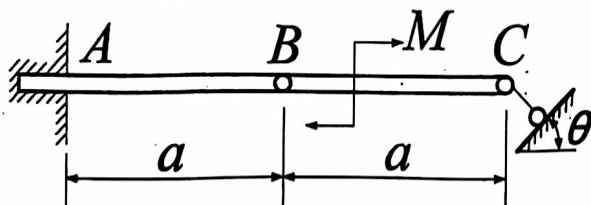


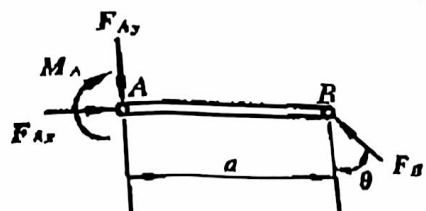
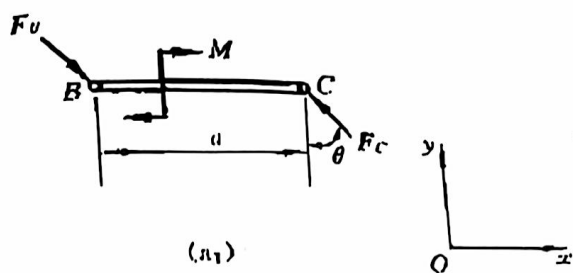
题 2 图



判断题 3 图

3. (错) 图示位置可以平衡。
 4. (错) 摩擦力的方向总是和物体运动的方向相反。
 5. (对) 点作曲线运动时，其加速度等于速度对时间的导数。
 6. (错) 只有牵连运动为平动时，点的速度合成定理 $\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$ 才成立。
 7. (错) 刚体的平动和定轴转动都是刚体平面运动的特殊情形。
 8. (错) 只知道作用在质点上的力，就能确定质点在任一瞬间的运动状态。
 9. (对) 定轴转动刚体的动量矩，等于刚体对转轴的转动惯量与刚体角速度的乘积。
 10. (错) 若平面运动刚体所受外力系对质心的主矩为零，刚体只能平动。
- 三 在图示连续梁中，已知 q ， M ， a 和 θ ，不计梁的自重，求连续梁在 A,C 两处的约束力。(11 分)





$$\sum M_B = 0, \quad F_C a \cos \theta - M = 0$$

$$F_B = F_C = \frac{M}{a \cos \theta}$$

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} - F_B \sin \theta = 0$$

$$\sum F_y = 0, \quad -F_{Ay} + F_B \cos \theta = 0$$

$$\sum M_A = 0, \quad -M_A + F_B a \cos \theta = 0$$

$$F_{Ax} = F_C \sin \theta = \frac{M}{a} \tan \theta \quad (\rightarrow)$$

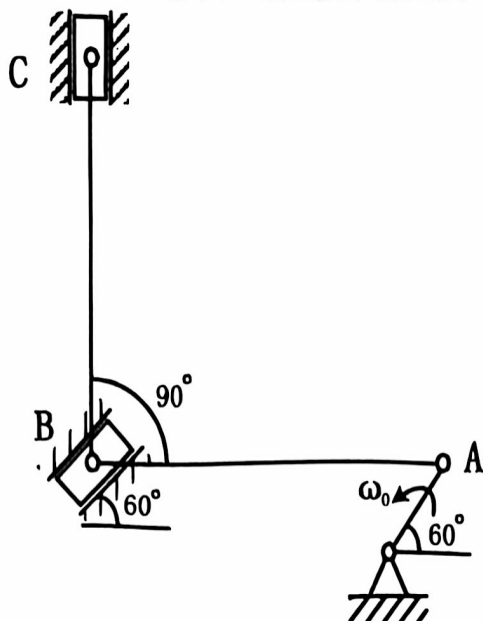
$$F_{Ay} = F_C \cos \theta = \frac{M}{a} \quad (\downarrow)$$

$$M_A = F_C a \cos \theta = M \quad ()$$

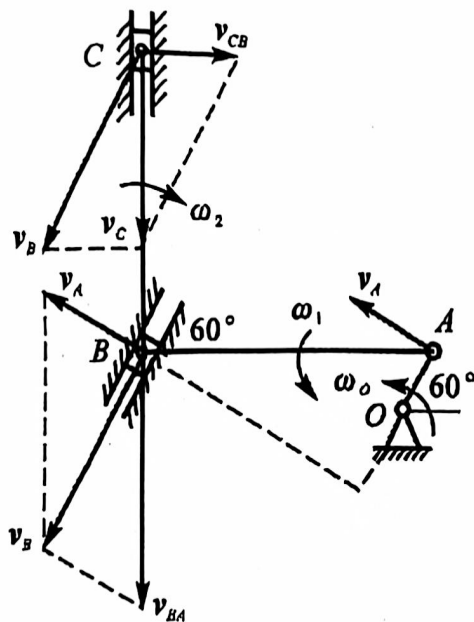
受力分析图2个各1分，四个方程各2分，结果1分



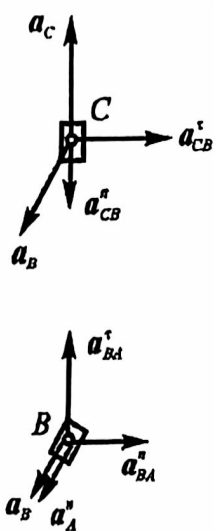
四 在图示机构中, 曲柄 OA 长为 r , 绕 O 轴以等角速度 ω_0 转动, $AB = 6r$, $BC = 3\sqrt{3}r$, 求图示位置时, 滑块 C 的速度和加速度。(15 分)



答:



(a)



(b)

3 分

速度分析如图 $v_B = v_A + v_{BA}$, $v_C = v_B + v_{CB}$

解出 $v_B = v_A \tan 60^\circ$, $v_C = v_B \cos 30^\circ = \frac{3}{2} \omega_0 r$ 3 分

$$v_{BA} = \frac{v_A}{\sin 30^\circ}, \omega_1 = \frac{v_{BA}}{AB} = \frac{\omega_0}{3} \quad 3 \text{ 分}$$

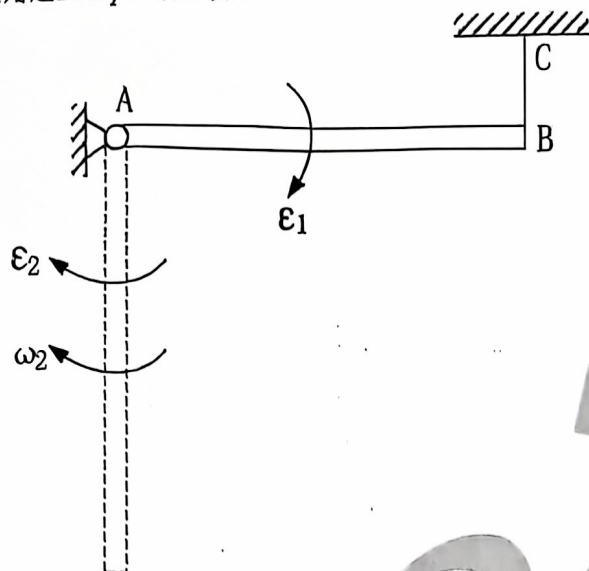
$$v_{CB} = v_B \sin 30^\circ, \omega_2 = \frac{v_{CB}}{BC} = \frac{\omega_0}{6}$$



对 AB 杆选 A 为基点, 则 B 点加速度为 $a_B = a_A^n + a_{BA}^r + a_{BA}^n$ 3 分

向 AB 投影得 $\frac{1}{2}a_B = \frac{1}{2}a_A^n - a_{BA}^n$ 3 分

五 均质水平细杆 AB 长为 L , 一端铰接于 A, 一端系于细绳 BC, 而处于水平位置。设细绳突然被割断。试求此瞬时细杆的角加速度 ε_1 及细杆运动到铅直位置时的角加速度 ε_2 及角速度 ω_2 。(10 分)



答: 用动量矩定理求解

$$J\varepsilon = P \cdot \frac{1}{2}L \cos \varphi, \quad J = \frac{1}{3}(P/g)L^2 \quad 2 \text{ 分}$$

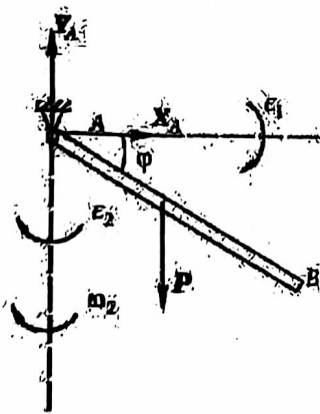
$$\varepsilon = 1.5(g/L) \cos \varphi \quad (1)$$

$$\varphi = 0 \text{ 时, } \varepsilon_1 = 1.5g/L; \quad \varphi = 90^\circ \text{ 时, } \varepsilon_2 = 0 \quad 2 \text{ 分}$$

$$\varepsilon = d\omega/dt = (d\omega/d\varphi)(d\varphi/dt) \quad 2 \text{ 分}$$

$$\int_0^\omega \omega d\omega = \int_0^\varphi 1.5(g/L) \cos \varphi d\varphi, \quad \omega = (3g \sin \varphi / L)^{\frac{1}{2}} \quad 2 \text{ 分}$$

$$\varphi = 0 \text{ 时, } \omega_1 = 0; \quad \varphi = 90^\circ \text{ 时, } \omega_2 = (3g/L)^{\frac{1}{2}} \quad 2 \text{ 分}$$



期末考试卷二

一、选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

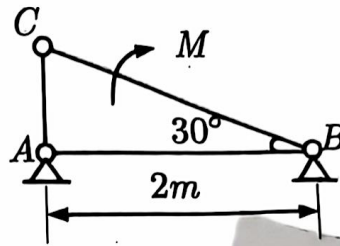
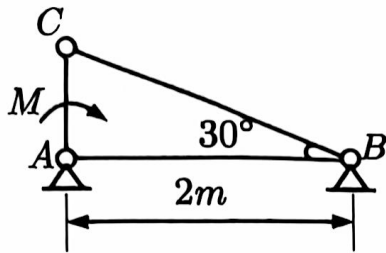
1、平面系统受力偶矩为 $M = 10\text{kN} \cdot \text{m}$ 的力偶作用。当力偶 M 作用于 AC 杆时, A 支座反力的大小为 (); 当力偶 M 作用于 BC 杆时, A 支座反力的大小为 ()。

A、 4kN

B、 5kN

C、 8kN

D、 10kN

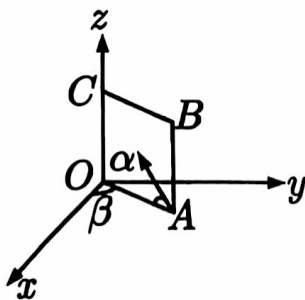


2、力 \vec{F} 的作用线在 $OABC$ 平面内, 如图所示, 则 \vec{F} 对 ox , oy , oz 轴之矩为 ()。

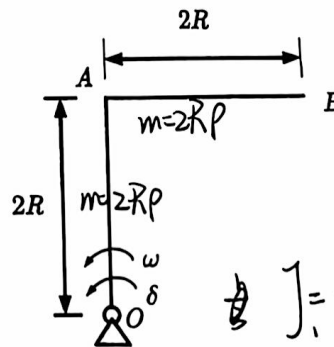
A、 $m_x(\vec{F}) \neq 0$, $m_y(\vec{F}) \neq 0$, $m_z(\vec{F}) \neq 0$

B、 $m_x(\vec{F}) \neq 0$, $m_y(\vec{F}) \neq 0$, $m_z(\vec{F}) = 0$

C、 $m_x(\vec{F}) = 0$, $m_y(\vec{F}) \neq 0$, $m_z(\vec{F}) = 0$



2 题图



4 题图

$$J_1 = \frac{1}{3} \cdot 2Rp \cdot 4R^2 = \frac{8}{3}$$

$$J_2 = \frac{1}{3} \cdot 2Rp \cdot 4R^2 + 2Rp \cdot 4R^2$$

$$= \frac{8}{3} + 8$$

3、点的速度合成定理 $v_a = v_e + v_r$ 的使用条件是 ()。

A、牵连运动只能是平动

B、牵连运动为平动和转动都适用

C、牵连运动只能是转动

D、牵连运动只能是平面平动



4、均质直角杆 OAB ，单位长度的质量为 ρ ，两段皆长 $2R$ ，图示瞬时以 ω 、 δ 绕 O 轴转动。该瞬时直角杆对 O 的动量矩大小为（ ）。

A、 $(40/3)\rho R^2\omega$

B、 $10\rho R^2\omega$

C、 $(20/3)\rho R^2\omega$

D、 $(10/3)\rho R^2\omega$

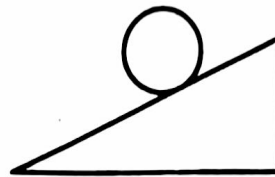
5、图示三棱柱重 P ，放在光滑的水平面上，重 Q 的匀质圆柱体静止释放后沿斜面作纯滚动，则系统在运动过程中（ ）。

A、动量守恒，机械能守恒

B、沿水平方向动量守恒，机械能守恒

C、沿水平方向动量守恒，机械能不守恒

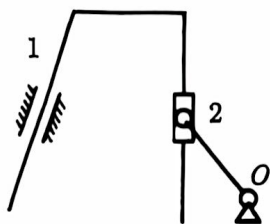
D、均不守恒



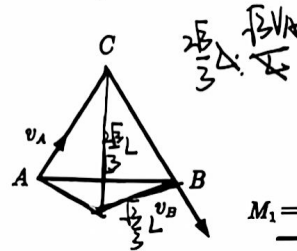
二、填空题(每小题 4 分，共 20 分)

1、平面汇交力系有2个独立的平衡方程，空间一般力系有6个平衡方程。

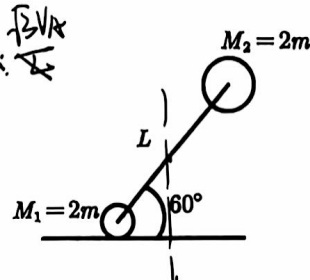
2、如图所示机构中，刚体 1 作平动，刚体 2 作绕 O 点的转动。



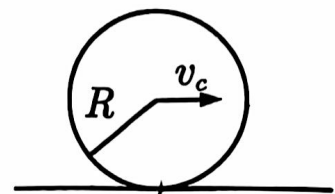
2 题图



3 题图



4 题图



5 题图

3、如图所示，边长为 L 的等边三角形板在其自身平面内运动，已知 A 点的速度大小为 \vec{v}_A ， B 点的速度沿 CB 方向，则此时三角板的角速度大小为 $\frac{\sqrt{3}v_A}{L}$ ， C 点的速度大小为 $2v_A$ 。

4、质量分别为 $m_1 = m_2 = 2m$ 的两个小球 M_1 、 M_2 用长为 L 而重量不计的刚杆相连。现将 M_1 置于光滑水平面上，且 M_1 、 M_2 与水平面成 60° ，则当无初速释放， M_2 球落地时， M_1 球移动的水平距离为 $\frac{1}{4}L$ 。

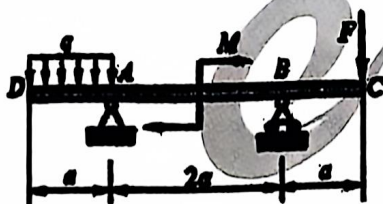
5、图中已知均质圆轮的半径为 R ，质量为 m ，在水平面上作纯滚动，质心速度为 \vec{v}_C ，则轮子对速度瞬心 I 的动量矩大小为 $\frac{1}{2}mRv_C$ 。



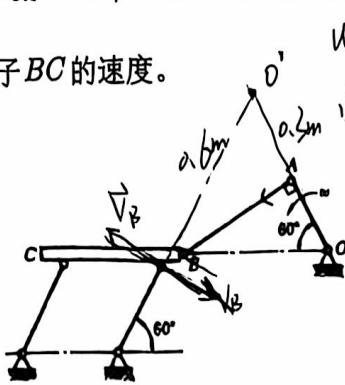
三、判断题(每小题 2 分, 共 20 分)

- 1、 \bar{F} 力在某轴上的投影为零, 该力不一定为零。(✓)
- 2、平面一般力系向任一点简化, 得到的主矢就是该力系的合力。(✗)
- 3、空间汇交力系的主矢为零, 则该力系一定平衡。(✓)
- 4、只要两物体接触面之间不光滑, 并有正压力的作用, 则接触面处摩擦力一定不为零。(✗)
- 5、点作直线运动时, 其法向加速度为零, 若已知在某瞬时点得法向加速度等于零, 则该点作直线运动。(✗)
- 6、刚体上凡是有两点的轨迹相同, 则刚体作平动。(✗)
- 7、在点的合成运动中, 动点的绝对加速度总是等于牵连加速度与相对加速度的矢量和。(✗)
- 8、只要知道作用在质点上的力, 那么质点在任一瞬间的运动状态就完全确定了。(✗)
- 9、质点系的质心位置守恒得条件是质点系外力系的主矢恒等于零, 且质心的初速度也等于零。(✗)
- 10、加速度相等的两物体其质量大的惯性力大。(✗)

四、(15 分) 无重水平梁的支承和荷载如图所示。已知力 F 、力偶矩为 M 的力偶和强度为 q 的均布荷载。求支座 A 和 B 处的约束力。

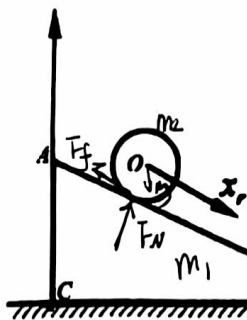


五、(15分) 如图所示, 在筛动机构中, 筛子的摆动是由曲柄连杆机构所带动。已知曲柄 OA 的转速 $n_{OA} = 40 \text{ r/min}$, $OA = 0.3 \text{ m}$, 当筛子 BC 运动到与点 O 在水平线上时, $\angle BAO = 90^\circ$, 求此时筛子 BC 的速度。



$\omega_{OA} = \frac{40 \cdot 2\pi}{60} = \frac{4}{3}\pi \text{ rad/s}$
 由题意, B 杆瞬时平动
 在 B 点 v_B 如图
 $v_A = \omega_{OA} \cdot OA = 0.4\pi \text{ m/s}$
 $\omega_{AB} = \frac{v_{AB}}{|OA|} = \frac{0.4\pi}{0.3} = \frac{4}{3}\pi \text{ rad/s}$
 $v_B = \omega_{AB} \cdot |OB| = 0.8\pi \text{ m/s}$

六、(10分) 图示三棱柱体 ABC 的质量为 m_1 , 放在光滑的水平面上, 可以无摩擦的滑动, 质量为 m_2 的均匀圆柱体由静止沿斜面 AB 向下纯滚动, 如斜面的倾角为 θ 。求三棱柱体的加速度。



$m_2 g \sin \theta - F_f = m_2 a$
 $J_O = \frac{1}{2} m_2 R^2$
 $L = J_O \omega$
 $\frac{dL}{dt} = \sum M$
 $\sum M = F_f R$
 $\therefore \frac{1}{2} m_2 R^2 \alpha = F_f R$
 $a = \alpha R$
 $F_f = m_2 g \sin \theta - m_2 a$ ②
 \therefore 联立 ① ②
 $\frac{1}{2} m_2 R^2 \alpha = m_2 g \sin \theta \cdot R - m_2 R^2 \alpha$
 $\frac{3}{2} m_2 R^2 \alpha = m_2 g \sin \theta R$
 $\alpha = \frac{2g \sin \theta}{3R}$
 $a_2 = \alpha R = \frac{2}{3} g \sin \theta$
 $a_{2x} = \frac{2}{3} g \sin \theta \cos \theta$
 $m_2 v_{2x} = m_1 v$
 同性质 $m_2 \frac{dv_{2x}}{dt} = m_1 \frac{dv}{dt}$
 $m_2 a_{2x} = m_1 a_x$
 $\frac{2}{3} m_2 g \sin \theta \cos \theta = m_1 a_x$
 $a_x = \frac{\frac{2}{3} m_2 g \sin \theta \cos \theta}{m_1}$



期末考试卷二参考答案

一、选择题(每小题 4 分, 共 20 分)

1、【正解】D; B

【解析】(1) 当力偶作用于 AC 杆时, 对整体分析: 由 $\sum M_A = 0 \Rightarrow F_{By} = 5kN$, 又由二力杆 CB 受力特点易得 $F_B = 2F_{By} = 10kN$; 由 $\sum F = 0 \Rightarrow |\vec{F}_A| = |\vec{F}_B| = 10kN$ 。

(2) 当力偶作用于 BC 杆时, 对整体分析: 由 $\sum M_B = 0 \Rightarrow F_{Ay} = 5kN$, 又由二力杆 AC 受力特点易得 $|\vec{F}_A| = F_{Ay} = 5kN$ 。

【考试点】 平面力系平衡方程

2、【正解】B

【解析】由力 \vec{F} 对轴之矩公式 $\vec{M}_z(\vec{F}) = \vec{M}_o(\vec{F}_{xy}) = xF_y - yF_x$ 易得力 \vec{F} 只对 oz 轴之矩为零。

【考试点】 空间力系对轴之矩

3、【正解】B

【解析】在 $\vec{v}_a = \vec{v}_o + \vec{v}_r$ 这公式推导过程中对牵连运动类型并未作限定。

【考试点】 点的速度的合成

4、【正解】A

【解析】 $L_o = \frac{1}{3}(2R\rho) \times (2R)^2 \omega + \left[\frac{1}{12}(2R\rho) \times (2R)^2 + (2R\rho) \times 5R^2 \right] \omega = \frac{40}{3} \rho R^2 \omega$

【考试点】 质点系对定点的动量矩

5、【正解】B

【解析】易知体系在运动过程中水平方向不受外力, 且除重力之外力不做功, 故选 B。

【考试点】 质点系动量守恒定律、机械能守恒定律

二、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

1、【正解】2; 6

【解析】注意平面力系与平面交汇力系的不同

【考试点】 力系平衡方程

2、【正解】平移; 定轴转动

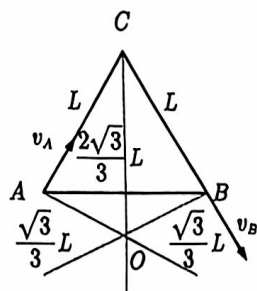
【解析】对刚体各点速度方向的准确判断是确定运动类型的关键

【考试点】 刚体运动类型

3、【正解】 $\sqrt{3}v_A/L$; $2v_A$

【解析】对三角板进行速度分析如图:





易得速度瞬心为O点

$$\text{则 } \omega = \frac{v_A}{\frac{\sqrt{3}}{3}L} = \sqrt{3}v_A/L$$

$$v_C = \omega \times \frac{2\sqrt{3}}{3}L = 2v_A$$

【考试点】 点的速度合成

4、【正解】 $\frac{L}{4}$

【解析】 设 M_1 与 M_2 水平移动距离为 X_1 、 X_2

由水平方向动量守恒可知：

$$X_1 = X_2 = \frac{L \cos 60^\circ}{2} = \frac{L}{4}$$

【考试点】 动量守恒定律

5、【正解】 $\frac{3}{2}mv_c R$

$$\text{【解析】 } \vec{L}_o = \vec{r}_{oc} \times m\vec{v}_c + \vec{L}_c = R \times mv_c + \frac{1}{2}mR^2 \frac{v_c}{R} = \frac{3}{2}mv_c R$$

【考试点】 质点系对定点的动量矩

三、判断题(每小题 2 分, 共 20 分)

1、【正解】√

【解析】 力的投影为 $F \cos \varphi$, 若 F 不为零, φ 为 90° , $F \cos \varphi$ 仍为零。

【考试点】 力的分解

2、【正解】×

【解析】 合力指的是向该点简化后主矩为零的情况下主矩才是该力系的合力。

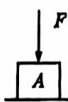
【考试点】 平面力系简化

3、【正解】√

【解析】 空间汇交力系向交汇点简化的主矩为零, 而主矢也为零, 故该力系平衡。

【考试点】 空间力系简化

4、【正解】×



【解析】 例如：A 与接触面之间粗糙, 有正压力, 但没有摩擦力。

【考试点】 摩擦力



5、【正解】×

【解析】由题可知 $v \neq 0$ ，而 $\frac{v^2}{\rho} = 0$ ，只能说明该点在此处运动轨迹的曲率半径无穷大，而不能

判断是直线还是曲线运动。

【考试点】 点自然坐标系下加速度表达式

6、【正解】×

【解析】例如定轴转动就不符合

【考试点】 刚体运动类型判断

7、【正解】×

【解析】 $\vec{a}_a = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c$

【考试点】 点的加速度合成

8、【正解】×

【解析】运动状态包括一切运动要素，若是只知道作用力，只能推出加速度，而其它诸如速度运动轨迹等运动要素无从得知。

【考试点】 运动与力的关系

9、【正解】√

【解析】由质心运动定律 $m\vec{a}_c = \vec{F}^{(e)}$ 易得正确。

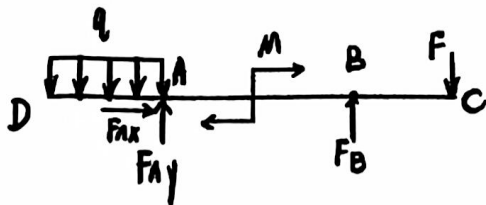
【考试点】 质心运动定律

10、【正解】√

【解析】由 $\vec{F}_I = -m\vec{a}$ 易得正确

【考试点】 惯性力

四、【解析】杆梁的受力分析如下图所示：



列平衡方程： $\Sigma F_x = 0$ ： $F_{Ax} = 0$

$$\Sigma F_y = 0: F_{Ay} - qa + F_B - F = 0$$

$$\Sigma M_A = 0: \frac{1}{2}qa^2 - M + 2aF_B - 3aF = 0$$

$$\text{解得: } F_{Ax} = 0, F_{Ay} = -\frac{1}{2a}\left(aF + M - \frac{5}{2}qa^2\right), F_B = \frac{1}{2a}\left(3aF + M - \frac{1}{2}qa^2\right)$$

【考试点】 平面力系平衡方程



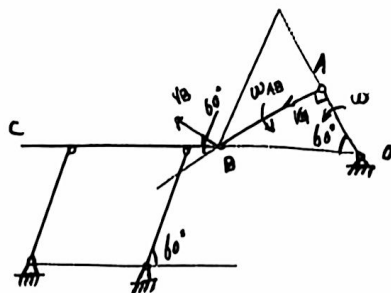
五、【解析】

$$\omega = \frac{n_{OA} \times 2\pi}{60} = \frac{40 \times 2\pi}{60} = \frac{4}{3}\pi$$

$$v_A = \omega \times AO = 0.4\pi \text{ m/s}$$

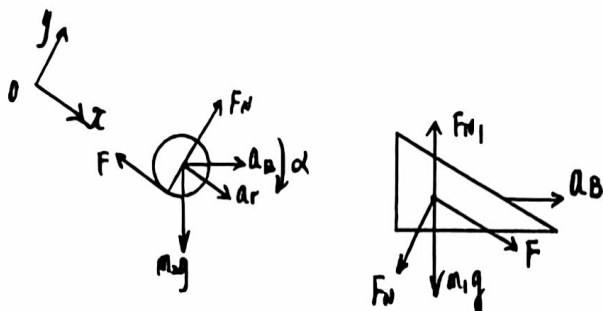
$$\overline{PA} = \overline{AO}, \quad \omega_{AB} = \frac{v_A}{\overline{PA}} = \frac{v_A}{\overline{AO}} = \frac{\omega \times \overline{AO}}{\overline{AO}} = \omega$$

$$v_B = \omega_{AB} \times \overline{PB} = 2\omega_{AB} \times \overline{PA} = 2\omega \times \overline{OA} = 2 \times \frac{4}{3}\pi \times 0.3 = 2.513 \text{ m/s}$$



【考试点】 点的速度与加速度合成

六、【解析】 分别取圆柱体O和三棱柱ABC为研究对象，运动分析和受力分析如图所示：



对动点O根据点的符合运动加速度合成定理有：

$$a_o = a_r + a_e = a_B + a_r$$

$$m_2(a_r + a_B \times \cos\theta) = m_2 g \sin\theta - F$$

$$m_2 a_B \sin\theta = F_N - m_2 g \cos\theta$$

$$J_o a = \frac{1}{2} m_2 R^2 a = FR \quad \checkmark$$

$$\text{补充纯滚动条件, } a_r = \alpha R \quad \checkmark$$

$$\text{对三棱柱: } m_1 a_B = -F_N \sin\theta + F \cos\theta$$

$$a_B = -\frac{m_2 g \sin 2\theta}{3m_1 + m_2 + 2m_2 \sin^2\theta}$$

【考试点】 刚体平面运动微分方程、点的速度与加速度合成

