

## 实验四. 角随动系统分析与设计

### 1. 实验项目名称: 角随动系统分析与设计

### 2. 实验目的:

- ① 掌握自整角机随动系统的组成和工作原理
- ② 掌握一般控制系统的建模方法
- ③ 掌握实验法测量系统数学模型的方法
- ④ 熟练掌握串联校正规律和串联校正环节的设计方法
- ⑤ 熟练掌握控制系统的调试方法

### 3. 实验环境: 角随动系统, 示波器, 万用表

### 4. 实验内容与实验步骤

#### I. 实验法建立系统数学模型

在测量系统的每个环节, 应确保系统处于开环状态

1. 自整角机: 自整角机发送机的励磁绕组 ( $Z_1, Z_2$ ) 接 12V, 400Hz 交流电源, 用示波器观看自整角机发送机励磁绕组和接收机输出绕组, 均应为 400Hz 的正弦波形。改变失调角  $\Delta\theta$  (旋转发送机的转子), 自整角机接收机的输出正弦波形幅值大小将随机械差角变化而改变。

自整角机的输出电压有效值  $E = E_{cm} \sin \Delta\theta$ , 在  $\Delta\theta < 30^\circ$  时,  $\sin \Delta\theta \approx \Delta\theta$ , 即  $E = E_{cm} \Delta\theta$ , 此时自整角机可以看成是一个比例环节  $K_2$  (比电压)

方法一: 把自整角机的输出端接于波器, 则示波器上显示为正弦波形, 转动发送机使正弦波形幅值调至最大值, 记录此波形幅值。

方法二: 改变失调角  $\Delta\theta$  ( $410^\circ$ ), 用万用表测量自整角接收机的输出电压  $E$ ,  $K_2 = \frac{E}{\Delta\theta}$

2. 相敏解调器: 相敏解调器输入之  $Z_1'$  ( $Z_2'$ ) 的波形为正弦波形, 输出端  $X_1$  的波形近似的直流波形

(1) 测量解调器的时间常数  $T_s$

旋转自整角机发送机, 改变失调角, 然后接通  $K_1$ , 用示波器测量相敏解调器输出  $X_1$ , 示波器上出现阶跃响应曲线, 利用实验法中阶跃响应法, 即可求出时间常数  $T_s$ , 反复测量若干次取平均值。

(2) 测解调器的增益系数  $K_3$

改变失调角, 用万用表测量自整角机的输出电压的有效值和解调器的直流输出电压值, 反复测量若干次取平均值。



### 3. PWM电路及功率放大器

#### (1) 调零

利用  $R_{p1}$  调零电位计, 可设置 PWM 电路的初始零位, 即当输入为零时 ( $X_5$  接地), 调节  $R_{p1}$  使功率放大器的输出波形的占空比为 50%, 利用万用表测量  $M_1, M_2$  两端电压应为 0, 或者利用示波器观测电机驱动输出  $M_1, M_2$  两端, 波形占空比应为 50%, 此时电机不转

提示: 万用表直流电压档测量矩形波, 所得值为矩形波的平均值。

#### (2) $K_{PWM} \times K_p$

$X_5$  接  $X_8$ , 改变 PWM 电路的输入电压, 用万用表测量功率放大器输出的  $M_1, M_2$  两端电压, 可得到 PWM 电路的输入电压和功率放大器的输出电压之比, 重复测量若干次取平均值即为  $K_{PWM} \times K_p$ 。

### 4. 直流力矩电机

根据机理法建立直流电动机数学模型过程, 直流电动机的传递函数可以近似为一个惯性环节, 根据实验法辨识系统的数学模型。

#### (1) 测量直流力矩电机的时间常数 $T_m$

直流电动机输出量是转速, 无法用示波器直接测量, 应采取间接的方法实现直流力矩电机与直流测速发电机利用连轴器同轴连接, 测速发电机的输出电压与直流电动机的输出转速成正比, 因此可通过测速电机的输出电压波形得出直流力矩电机的阶跃响应曲线。

$X_8$  接  $X_5$ , 也就是给 PWM 电路输入一定幅值电压, 使开关  $K_2$  从断开到接通, 利用示波器测量直流测速发电机输出端  $TG_1, TG_2$  的电压, 即可得到直流力矩电机的阶跃响应曲线从而得出  $T_m$ 。

#### (2) 测量直流力矩电机的增益系数 $K_m$

调节  $R_{p1}$ , 改变 PWM 的输入电压, 用万用表测量直流测速发电机输出端  $TG_1, TG_2$  电压值, 重复测量可得一组测量数据, 绘制一条曲线, 曲线的斜率为  $K_{PWM} \times K_p \times K_m \times K_c$  四项乘积值, 经过一定运算可得直流力矩电机的增益系数  $K_m$ 。

#### (3) 测量直流力矩电机的死区电压 $U_{d0}$

调节  $R_{p1}$ , 改变 PWM 输入电压, 使直流力矩电机转子似动非动, 记录此时直流力矩电机电枢绕组  $M_1, M_2$  两端电压, 即为死区电压  $U_{d0}$ 。

### 5. 直流测速发电机

直流测速电机与直流力矩电机通过连轴器连接, 作为系统的速度反馈, 其传递函数也就是它的输出斜率  $K_c$ , 可从其铭牌上得到



## II 串联校正

根据性能指标要求: 调整时间  $t_s$  100ms, 超调量  $\sigma_p$  25%, 稳态误差  $e_{ss}=0$ .  
校正后系统为 2 型系统. 选择合理校正环节, 对系统进行综合校正, 得出校正参数.

推荐利用 Matlab 软件辅助校正环节的设计, 下面举例说明如何利用 Matlab 软件辅助校正环节的设计

例: 假设系统固有的传递函数如下所示.

$$G(s) = \frac{2(s+1)}{s(0.1s+1)(0.01s+1)} = \begin{cases} \frac{2s+2}{0.001s^3+0.11s^2+s} \\ \frac{2000(s+1)}{s(s+10)(s+100)} \end{cases}$$

1) 建立多项式传递函数:  $ss\_tf = tf([2, 2], [0.001, 0.11, 1, 0]);$

2) 建立零极点传递函数:  $ss\_zpk = zpk([], [0, -10, -100], 2000);$

3) 绘制波特图:  $bode(ss\_tf);$

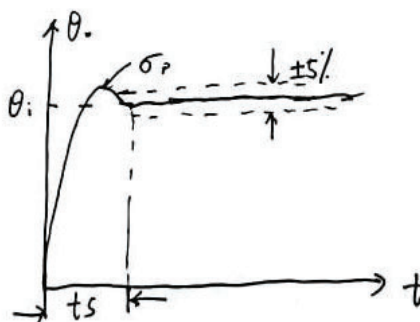
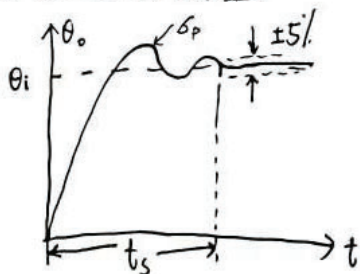
4) 显示相角裕度和幅值裕度:  $margin(ss\_tf);$

5) 绘制根轨迹:  $rolocus(ss\_tf);$

6) 建立离散传递函数:  $ts = 0.01; ss\_discrete2 = c2d(ss\_tf, ts);$

## III 系统调试

将所设计的校正网络接入到系统中, 调整自整角机发送角 (不要太大, 一般在 30 左右), 观察阶跃响应曲线, 如图 4.1 所示, 观察电机的跟随情况是否达到预期的指标要求, 如果不满足要求, 采用凑试法, 根据各调节参数对系统响应的大致影响, 对校正网络参数进行调整



如果以上波形是发散振荡波形, 必须马上关闭电源, 以防烧坏控制电路并检查原因. 通过观察系统的阶跃响应曲线, 然后根据各调节参数对系统响应的影响, 反复凑试, 改变参数, 以达到性能指标要求

## 5. 实验过程与分析

1. 分析实验数据, 得出系统开环传递函数 (1. 实验法建立系统数学模型)

系统结构图如下, 要得到开环传递函数, 需对各参数进行测量.

①  $K_z$ : 自整角机放大倍数 ( $V/rad$ )

$$K_z = 13$$

②  $K_s$ : 相敏解调器增益系数.

自整角机的输出电压的有效值:  $3.552V$

解调器的直流输出电压:  $6.67V$

$$\therefore K_s = \frac{U_c}{U_r} = \frac{3.552V}{6.67V} \approx 0.533$$

③  $K_{PWM} \times K_p$ : PWM电路及功率放大电路

PWM电路的输入电压为  $9.2V$

功率放大电路的输出电压为  $13.50V$

$$K_{PWM} \times K_p = \frac{13.50V}{9.2V} = 1.47$$

④  $T_m$ : 直流力矩电机的时间常数

$$T_m = 96ms = 0.096s$$

⑤  $K_m$ : 直流力矩电动机的增益系数  $K_m = 0.9879$

直流测速发电机输出端电压  $36V$ , PWM输入电压  $9.20V$

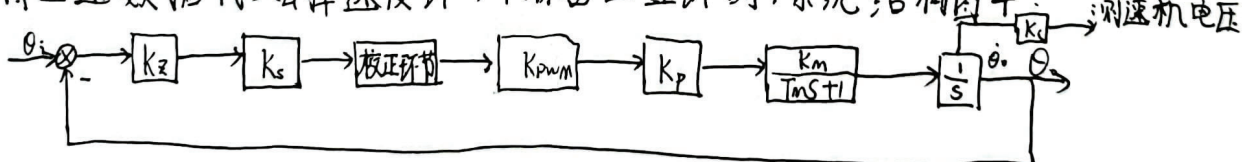
$$\text{有 } K = K_{PWM} \cdot K_p \cdot K_m \cdot K_c = \frac{36V}{9.2V} = 3.913$$

$\therefore K_{PWM} \cdot K_p = 1.467$ ,  $K_c$  如下为  $K_c = 2.7V/rad/s$

$$\therefore K_m = \frac{3.913}{1.467 \times 2.7} = 0.9879$$

⑥  $K_c$ : 直流测速发电机增益  $K_c = 2.7V/rad \cdot s^{-1}$

将上述数据代入去掉速度环, 只保留位置环时, 系统结构图中:

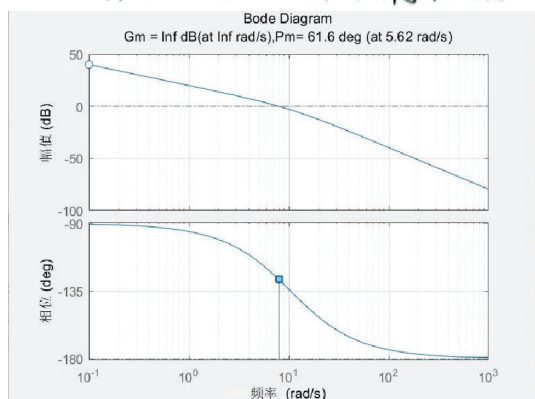


$$\text{可得系统开环传递函数 } G(s) = \frac{K_z \cdot K_c \cdot K_{PWM} \cdot K_p \cdot K_m}{s \cdot (T_m s + 1)} = \frac{10.04}{s(0.096s + 1)}$$



## 2. 总结串联校正的设计方法 (II, 串联校正)

通过仿真软件绘制原系统传递函数 Bode 图



幅值裕度  $\infty$

相角裕度  $\gamma_o = 52.6^\circ$

剪切频率  $\omega_c = 7.97 \text{ rad/s}$

图1: 原系统的 Bode 图

① 由其 Bode 图可知:

I. 系统截止频率  $\omega_{co} = 7.97 \text{ rad/s}$ , 截止频率较小, 系统调节时间长, 响应慢, 动态性能较差

相角裕度  $\gamma_o = 52.6^\circ$ , 相角裕度充裕, 系统稳定性好, 超调量小

II. 该系统为 I 型系统, 实际中由于各种误差, 可能为 II 型系统

② 校正后需满足的要求:

调整时间  $t_s < 0.25$ , 超调量  $\sigma_p < 25\%$ , 稳态误差  $e_{ss} = 0$

校正后系统为 II 型系统

③ 将时域指标转化为频域指标

$$\sigma_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1) < 25\% \quad \therefore M_r < \frac{0.25 + 0.4 - 0.16}{0.4} = 1.225$$

$$\therefore M_r = \frac{1}{\sin r}, \text{ 则 } \sin r > \frac{1}{1.225} \quad r > 54.72^\circ$$

$$\text{令 } r = 55^\circ, \text{ 则 } M_r = \frac{1}{\sin 55^\circ} = 1.2208 \quad \sigma_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1) = 24.8\%$$

$$\text{而 } K = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 \quad \text{解得 } K = 2.453$$

$$\text{则 } t_s = \frac{K\pi}{\omega_c} < 0.25, \text{ 得到 } \omega_c = \frac{2.453\pi}{0.2} = 38.53 \text{ rad/s}$$

$$\therefore \text{取 } \omega_c \geq 39 \text{ rad/s}$$

综上校正后系统的频域指标为  $r \geq 55^\circ$ ,  $\omega_c \geq 39 \text{ rad/s}$

观察原系统传递函数的频域性能指标可发现,  $\omega_c > \omega_{co}$ , 且两者相差较大, 故不适合采用比例环节来调节, 故引入超前校正来校正系统频域指标. 由于建模简化, 导致系统高阶特性和非线性被忽略, 故引入比例积分 (PI) 环节来增加系统型别, 以消除稳态误差.

④ 串联超前校正  $G_c(s) = \frac{2Ts+1}{Ts+1}$

由  $\omega_c \geq 39 \text{ rad/s}$ ,  $r_o(\omega_c) = 180^\circ - 90^\circ - \arctan(0.096 \cdot 39) \approx 15^\circ$

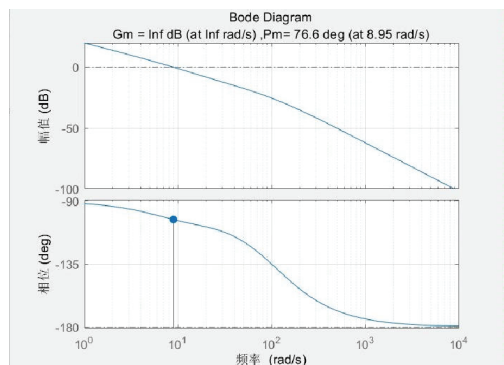
$$\varphi_m = r - r_o + 10^\circ = 50^\circ$$

则有  $\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} \approx 7.57$   $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha} \omega_m} = \frac{1}{\sqrt{7.57} \cdot 39} \approx 0.0093 \text{ s}$

$$G_c(s) = \frac{2Ts+1}{Ts+1} = \frac{0.075s+1}{0.0093s+1}$$

$$G_o(s) G_c(s) = \frac{10.04(0.075s+1)}{s(0.096s+1)(0.0093s+1)}$$

绘制此超前校正后系统的Bode如图2所示。



幅值裕度  $G_m = \infty$

相角裕度  $P_m = 76.6 \text{ deg}$

剪切频率  $\omega_c = 8.95 \text{ rad/s}$

图2: 超前校正系统Bode图

仅利用串联超前校正,  $r = 76.6^\circ > 55^\circ$ ,  $\omega_c = 8.95 \text{ rad/s} < 39 \text{ rad/s}$ , 不符合条件. 因此需再加入比例积分环节进行校正

⑤ 比例积分校正,  $G_p(s) = K_p \cdot \frac{T_i s + 1}{T_i s}$

$T_i$  一般取  $(0.1 \sim 0.2) \omega_c$ , 即  $T_i = \frac{1}{0.2 \omega_c} \sim \frac{1}{0.1 \omega_c}$

令  $T_i = \frac{1}{0.1 \omega_c} = \frac{1}{0.1 \times 39} = 0.256 \text{ s}$

由校正后中频段频率特性曲线, 令  $L_o(\omega) = 20 \lg K_p = |L_o(\omega_c)| = 14.8$

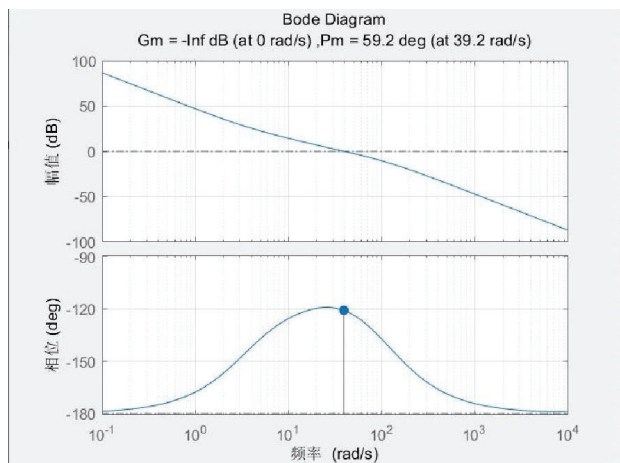
$\therefore K_p = 5.5$ , 得  $G_p(s) = 5.5 \frac{0.256s+1}{0.256s}$

则加入比例积分环节后系统传递函数为:

$$\begin{aligned} G_o(s) \cdot G_p(s) \cdot G_c(s) &= \frac{55.22(0.075s+1)(0.256s+1)}{0.256s^2(0.096s+1)(0.0093s+1)} \\ &= \frac{215.7(0.075s+1)(0.256s+1)}{s^2(0.096s+1)(0.0093s+1)} \end{aligned}$$

绘制加入比例积分环节后系统Bode图如图3所示:





幅值裕度  $G_m = \infty$

相角裕度  $P_m = 59.2 \text{ deg}$

剪切频率  $W_c = 39.2 \text{ rad/s}$

图3: 加入比例积分和串联超前校正后 Bode图

由Bode图可知,  $\gamma = 59.2^\circ > 55^\circ$ ,  $W_c = 39.2 \text{ rad/s} > 39 \text{ rad/s}$ , 均符合条件。

但是系统相频特性曲线峰值并未与幅频特性曲线剪切频率  $W_c$  对齐, 故应对系统再进行调试。

#### ④系统的分析与调整

I. 对于超前校正环节, 由  $\alpha = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m}$ , 有  $\alpha$  增大时, 最大超前相角  $\varphi_m$  增大, 而又有  $T = \frac{1}{\alpha W_m}$ , 则若保持  $T$  不变,  $W_m$  会减小, 而若使  $\alpha$  不变, 使  $W_m$  增大, 则时间常数  $T$  减小, 且相频峰值右移。

II. 对于比例积分环节, 其主要作用是改善系统稳态性能, 由于其作用频段主要在低频段, 故其对系统动态性能影响不大。

III. 对于比例系数  $K_p$ , 其并不改变系统相频特性, 且调整较方便, 可最后进行微调。

综上, 可以选择调节超前校正环节  $W_m$  和增大  $K_p$  来对系统进行调节。

令  $W_m = 50 \text{ rad/s}$ , 其他参数基本不变时, 可满足需求。

此时有  $T_1 = \frac{1}{\alpha W_m} = \frac{1}{50 \times \sqrt{7.51}} \approx 0.007$ ,  $K_p$  取 6.8。

故修正后的超前校正环节  $G_c'(s) = \frac{0.053s + 1}{0.007s + 1}$

修正后的比例积分环节  $G_p'(s) = 6.8 \left( 1 + \frac{1}{0.256s} \right)$

$\therefore$  系统校正后传递函数为  $G(s) = G_0(s) \cdot G_c'(s) \cdot G_p'(s)$

$$= \frac{10.04}{s(0.096s + 1)} \cdot \frac{0.053s + 1}{0.007s + 1} \cdot \frac{6.8(0.256s + 1)}{0.256s}$$

$$= \frac{266.69(0.053s + 1)(0.256s + 1)}{s^2(0.007s + 1)(0.096s + 1)}$$

校正后系统的Bode图如图4所示。

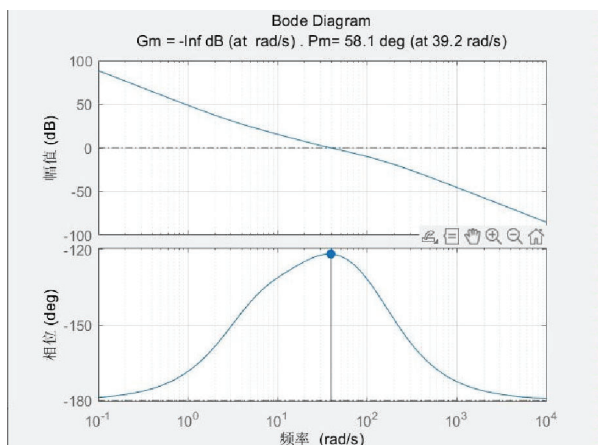


图4. 加入修正后系统Bode图

幅值裕度  $G_m > -\infty$

相角裕度  $P_m = 58.1 \text{ deg}$

剪切频率  $\omega_c = 39.2 \text{ rad/s}$

其相角裕度  $\gamma = 58.1^\circ > 55^\circ$ ,  $\omega_c = 39.2 \text{ rad/s} > 39 \text{ rad/s}$ , 均符合要求.

系统相频特性峰值与幅频特性剪切频率对齐, 系统为II阶系统

### ① 串联校正设计方法总结

串联校正往往采用多种环节合并共同进行校正. 比如K-P校正, K-PI校正等

设计校正装置主要依据为三频段理论. 满足低频段斜率(负值)高. 陡, 此时系统型别高, 稳态性能好. 中频段为  $-20 \text{ dB/dec}$  斜率线且频段范围尽可能长, 以使系统有较好的动态性能. 高频段越陡越低, 则系统受高频干扰越小, 抗高频干扰能力越强.

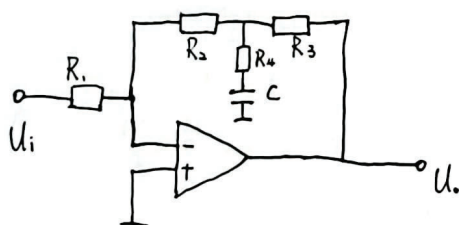
步骤: I. 分析未校正时系统的传递函数, 根据其频域特性确定校正方案. 通过判断  $\omega_c$ ,  $\omega_n$  与  $\gamma$  选取, 串联超前/滞后/滞后超前校正

II. 计算得出校正系统的参数  $\alpha$ ,  $T$ ,  $K$ ,  $\beta$  等

III. 验证其是否满足性能指标并作出相关调整, 得出结论

## 3. 系统调试

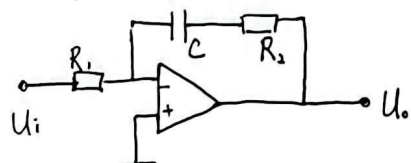
### ① 串联超前校正环节的设计



$$\begin{cases} G_C(s) = \frac{-K(Ts+1)}{Ts+1} \\ K = \frac{R_2+R_3}{R_1} = 1 \\ T_2 = R_4C = 0.007 \\ T_1 = \left(\frac{R_1R_3}{R_2+R_3} + R_4\right)C = 0.053 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 = 300 \text{ k}\Omega \\ R_2 = 200 \text{ k}\Omega \\ R_3 = 100 \text{ k}\Omega \\ R_4 = 10 \text{ k}\Omega \\ C = 0.7 \mu\text{F} \end{cases}$$

### ② 比例积分环节的设计



$$\begin{cases} G_P(s) = -K\left(1 + \frac{1}{Ts}\right) \\ K = \frac{R_2}{R_1} \\ T = R_1C \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_1 = 100 \text{ k}\Omega \\ R_2 = 680 \text{ k}\Omega \\ C = 376 \text{ nF} \end{cases}$$



③ 加入串联超前校正和比例积分环节后系统的单位阶跃响应曲线如图 5.6

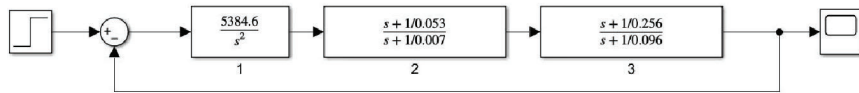


图 5. 系统仿真框图

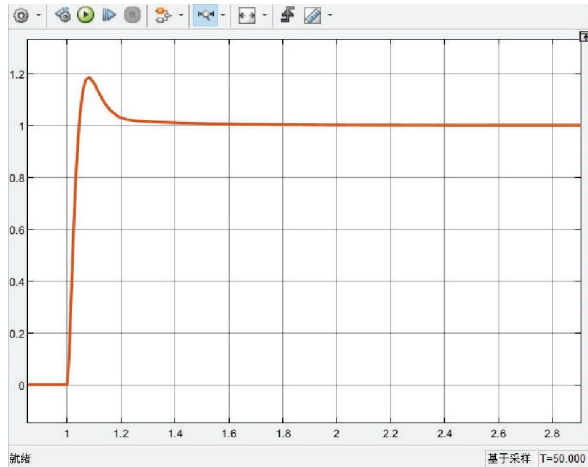


图 6. 系统阶跃响应曲线

可看出, 加入校正装置后, 系统响应最大值为 1.185, 超调量  $\sigma_p\% = 18.5\% < 25\%$ , 取误差带  $\Delta = 5\%$ , 当  $t > 0.167s$  时, 响应曲线不超过误差带,  $t_s < 0.2s$ , 稳态误差  $e_{ss} = 0$ , 系统为 II 型系统, 均符合条件  
系统稳态性能和动态性能均提升, 效果显著

#### ④ 串联系统校正规律总结.

##### I. 比例控制规律 (P)

$G(s) = K_p$ ,  $K_p$  越大, 时间常数越小, 系统反应速度越快. 其会使系统的超调量增大, 相角裕度变小, 从而使系统不稳定. 通常不单独使用

##### II. 比例 - 微分控制规律 (PD)

$G(s) = K_p(1 + \tau s)$ , 提供一个微分环节, 增加一个负实零点  $-\frac{1}{\tau}$ , 提高系统响应速度, 改善系统动态性能, 提高相对稳定性, 提高阻尼比, 减小超调量

##### III. 积分控制规律 (I)

$G(s) = \frac{1}{Ts}$ , 提高系统型别, 减小稳态误差  $e_{ss}$

##### IV. 比例 - 积分控制规律 (PI)

$G(s) = K_p(1 + \frac{1}{Ts})$ , 主要作用于低频段, 可以提高系统的型别, 改善系统的稳态性能, 而几乎不影响系统的稳定裕度

##### IV. 比例 - 积分 - 微分控制规律 (PID)

低频段 PI 工作, 高频段 PDI 作

## 6. 实验结果总结

### ① 实验结果分析

- (1) 跟随指导老师对角随动装置的开环传递函数参数进行了测量, 构建了系统开环传递函数。
- (2) 根据性能指标要求, 对系统进行校正设计, 得到校正结果较好满足性能指标。
- (3) 根据设计的校正环节, 利用电阻电容元件设计校正电路。

### ② 思考题

(1) 滞后: 滞后校正通过改变系统低频段幅频特性曲线斜率增大  $K$ , 降低稳态误差  $e_{ss}$ , 改善系统稳态性能, 增大系统的相角裕度, 但会降低系统的响应速度, 滞后校正能够有效抑制高频段噪声, 增强抗干扰能力

超前: 超前校正在中频段提供超前的相角, 补偿系统的滞后相角, 提高  $\omega_c$ , 能够改善系统稳态性能, 提高响应速度, 增大稳定性

(2) 电流反馈: a. 使得电流跟随电压变化, 起跟踪作用

b. 抑制电网电压扰动

c. 保证电机获得最大的动态电流

d. 电机旋转时降低电流以保护电机

速度反馈: a. 使得转速跟踪电压变化

b. 减少负载波动带来的影响

c. 增加带宽, 提高系统响应速度和稳定性。

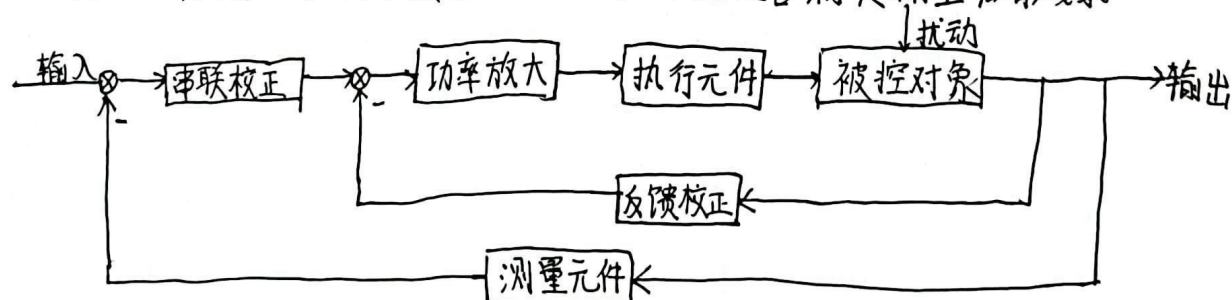
(3) 基本思路: 建模 - 分析 - 设计 - 校验

a. 建模: 机理法和实验法建立系统的数学模型, 利用实验法确定系统实际参数

b. 分析: 利用时域, 频域, 根轨迹等方法, 分析系统固有性能。

c. 设计: 设计校正环节, 改善系统性能, 以满足期望性能要求

d. 校验: 仿真校验和实际校验, 检验设计系统是否满足期望性能要求



### ③ 心得体会

本次实验中, 学习并熟悉了一般系统的设计思路, 学会了如何通过建模, 分析, 设计, 校验去设计一个系统, 使其满足性能要求。



# 附录

